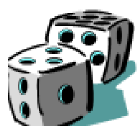
Exercices : *probabilités* PROF : ATMANI NAJIB

2BAC série science expérimental filière : svt+pc

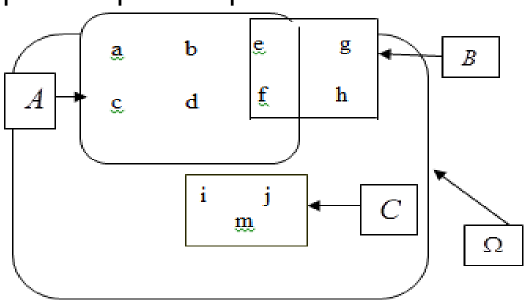


TD : probabilités

Exercice1 : Une urne contient 7 boules numérotées de 1 à 7.
On tire 2 boules de l'urne simultanément
1. Quel est le nombre de tirages possibles ?
2. Quel est le nombre de tirages pour que la somme des numéros des boules tirées soit pair ?
3. Quel est le nombre de tirages pour que la somme des numéros des boules tirées soit impair ?

Exercice2 : Un cadenas possède un code à 3 chiffres, chacun des chiffres pouvant être un chiffre de 1 à 9.
1)1-1) Combien y-a-t-il de codes possibles ?
1-2) Combien Ya-t-il de codes se terminant par un chiffre pair ?
1-3) Combien y-a-t-il de codes contenant au moins un chiffre 4?
1-4) Combien y-a-t-il de codes contenant exactement un chiffre 4?
2)Dans cette question on souhaite que le code comporte obligatoirement trois chiffres distincts.
2-1) Combien y-a-t-il de codes possibles ?
2-2) Combien y-a-t-il de codes se terminant par un chiffre impair ?
2-3) Combien y-a-t-il de codes comprenant le chiffre 6?

Exercice3 :le diagramme suivant représente la répartition des élèves d'une classe suivant leur préoccupation sportive



A Pratiquent le football

B Pratiquent le basket-ball
C Pratiquent le Rugby
On choisit au Hazard un élevé de cette classe
1)écrire en extension les évènements suivants :
A ; B ; C ; Ω ; $\overline{A}$; $\overline{C}$; $A\cap B$; $A\cup B$; $A\cap C$ et $A\cup C$

2)calculer : $P(A)$; $P(B)$; $P(C)$; $P(A\cap B)$; $P(A\cup B)$; $P(A\cap C)$; $P(A\cup C)$; $P(\overline{A})$; $P(\overline{C})$

3)comparer : $1-p(A)$ et $p(\overline{A})$

$1-p(C)$ et $p(\overline{C})$

4)a)verifier que : $P(A\cup B)=P(A)+P(B)-P(A\cap B)$

b) verifier que : $P(A\cup C)=P(A)+P(C)$

c) verifier que : $P(C)=P(\{i\})+P(\{j\})+P(\{m\})$

Exercice4 : On lance un dé à six faces et on regarde le nombre de points inscrits sur la face du dessus.
On considère les événements suivants :
A : « On obtient un nombre impair »
B : « On obtient un multiple de 3 »
Calculer la probabilité de l'évènement A∪ B.

Exercice5 :60% des élèves d'une école ne portent ni bague ni collier. 20% portent une bague et 30% ont un collier.
Si un des élèves est choisi au hasard, quelle est la probabilité qu'il porte :
a) une bague ou un collier ?
b) une bague et un collier ?

Exercice6:dans une classe de terminale 54% ont declarer aimer le foot et 32% ont declarer aimer le basquette et 15% ont declarer aimer les deux sports
On choisie au hasard un éleve de cette classe.
Quelle est la probabilité des evenements suivants
1) E_1 « l'éléve aime le foot mais pas le basquette»
2) E_2 «l'élève aime le foot ou le basquette ou les deux a la fois»
3) E_3 «l'élève aime une seule sport»
4) E_4 « l'éléve n'aime ni le foot ni basquette »

Exercice7: Une urne contient 4 boules blanches indiscernables, 3noires, 5 rouges.
On tire simultanément trois boules de l'urne
1) déterminer :le nombre de tirages possibles : $card(\Omega)$

2) déterminer la probabilité des évènements suivants :

B" tirer trois boules blanches"

N "tirer trois boules noirs»

R "tirer trois boules rouges»

D "d’obtenir trois boules de couleurs différentes»

M" tirer trois boules de même couleur "

E" tirer 2 boules blanches seulement»

Exercice8: Une urne contient 4 boules blanches, et 5 noires.

On tire Successivement trois boules de l’urne au hasard et sans remise

1) déterminer :le nombre de tirages possibles : $card(\Omega)$

2) déterminer la probabilité des évènements suivants :

B" tirer trois boules blanches"

N "tirer trois boules noirs»

M" tirer trois boules de même couleur "

D "d’obtenir trois boules de couleurs différentes»

E" tirer 2 boules blanches seulement»

Exercice9: Une urne contient 3 boules blanches, et 4 noires. On tire Successivement deux boules de l’urne au hasard avec remise

1) déterminer :le nombre de tirages possibles 2)

2)déterminer la probabilité des évènements suivants :

B" tirer deux boules blanches"

N "tirer deux boules noirs»

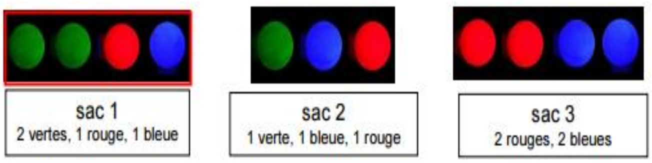
M" tirer deux boules de même couleur "

D "d’obtenir deux boules de couleurs différentes»

E" tirer une boule blanche seulement»

Exercice10 : (cas d'une expérience comportant plusieurs épreuves) :

Une expérience aléatoire est composée des trois sacs suivants :



1)on tire au hasard une boule dans un premier sac et on note la couleur

2) on recommence avec un deuxième sac

3) on tire enfin une dernière boule dans le troisième sac

on range ensuite les trois boules par ordre de tirage dans une boîte. Quelle est La probabilité d'obtenir l'ordonnancement **rouge**, **vert**, **bleu ?**

Exercice11 :

On jette une pièce de monnaie 3 fois de suite.

1) Donner la liste de tous les résultats possibles Ω_3 (exemple : PPF).(Dresser L’arbre des choix)Et calculer $card(\Omega_3)$

2) Donner la probabilité de événement suivant

A « le tirage ne comporte que deux Piles exactement».

Exercice12: On lance deux fois de suite un dé équilibré.

1°) Représenter dans un tableau les 36 issues équiprobables.

2°) Calculer la probabilité des événements :

A : « on obtient un double » ; B : « on obtient 2 numéros consécutifs »

C : « on obtient au moins un 6 » ; D : « la somme des numéros dépasse 7 ».

Exercice13: On lance 4 fois de suite une pièce équilibrée.

1°) Dresser la liste des issues équiprobables.

2°) Quel est l’événement le plus probable : A ou B ?

A : « 2 piles et 2 faces »

B : « 3 piles et 1 face »

Variables aléatoires

Exercice14: Une urne contient 5 boules blanches :tel que 2 boules portent le numéro 1 et 3 boules portent le numéro 2

Et l’urne contient aussi 7boules noires dont 4 boules portent le numéro 2 et 3 boules portent le numéro 1 et toutes les Boules sont indiscernables

On tire de l’urne au hasard une Boule

On considére les événements suivants :

N « On obtient une Boule noire »

B « On obtient une Boule blanche »

U « La Boule porte le numéro 1 »

D « La Boule porte le numéro 2 »

1) Donner la probabilité des événements suivants :

B ; N ; U ; D ; $B \cap U$; $N \cap D$

2) a) sachant que La Boule tirée est blanche quelle est la probabilité pour qu’elle porte le numéro 1 on la note : $P_B(U)$

b)comparer : $P_B(U)$ et $\frac{P(B \cap U)}{P(B)}$

3) a) sachant que La Boule tirée est noire quelle est la probabilité pour qu'elle porte le numéro 2 on la note : $P_N(D)$

b)comparer : $P_N(D)$ et $\frac{P(D \cap N)}{P(N)}$

4) a) sachant que La Boule tirée porte le numéro 1 quelle est la probabilité pour qu'elle soit blanche on la note : $P_U(B)$

b)comparer : $P_U(B)$ et $\frac{P(U \cap B)}{P(U)}$

Exercice15: Une urne contient 9 boules dont 5 noires numérotés : 1 ;1 ;1 ;2 ;2 et 4 boules blanches numérotés 1 ;1 ;2 ;2
Sachant que La Boule tirée porte le numéro1 quelle est la probabilité pour qu'elle soit noire

Exercice16:on dispose de deux urnes U_1 et U_2
L'urne U_1 contient 2 boules rouges et 3 boules vertes et L'urne U_2 contient 2 boules rouge et 2 boules vertes .
On choisit au Hazard une urne et on tire une boule
On considére les événements suivants :

A_1 : « le choix de L'urne U_1 »

A_2 : « le choix de L'urne U_2 »

V : « tirer une boule verte »

calculer les probabilités des événements suivants $V \cap A_1$ et $V \cap A_1$

Exercice17: une urne contient 25 boules dont 15 boules blanches et 10 boules noires.
On tire au Hazard une boule de l'urne puit on tire une autre boule sans remettre la première
1) Sachant que La première Boule tirée est blanche quelle est la probabilité pour que la deuxieme soit blanche aussi
2) Sachant que La première Boule tirée est noire quelle est la probabilité pour que la deuxieme soit noire aussi
3) quelle est la probabilité des événements suivants

E « On obtient deux Boules blanches »

F « On obtient deux Boules noires »

G « On obtient deux Boules de couleurs différentes »

Exercice 18: On considére des sacs de billes S_1, S_2, S_3, ...tels que S_1 contient 3 billes jaunes et 2 billes vertes.
Chacun des sacs suivants S_2, S_3, ... contient 2 billes jaunes et 2 billes vertes.
On tire au hasard une bille de S_1 et on la met dans S_2.
Puis on tire une bille de S_2 et on la met dans S_3.
Et ainsi de suite.
Pour tout entier n ≥ 1, on note E_n l'´évènement « la bille tirée dans S_n est verte » et $P(E_n)$ sa probabilité.

1) déterminer $P(E_1)$, $P_{E_1}(E_2)$, $P_{\overline{E_1}}(E_2)$ et $P(E_2)$

2) A l'aide d'un arbre pondéré, exprimer $P(E_{n+1})$ en fonction de $P(E_n)$

3) Soit (u_n) la suite définie par $u_1 = 0,4$ et pour tout entier n ≥ 1, $u_{n+1} = 0,2u_n + 0,4$.

a) démontrer que la suite (u_n) est majorée par 0,5.

b) démontrer que la suite (u_n) est croissante.

c) Justifier que la suite (u_n) est convergente et préciser sa limite

Exercice19: On lance une fois un dé cubique équilibré.
On considére les événements suivants :
A : « on obtient un nombre pair »
B : « on obtient un multiple de 3 »
1) calculer les probabilités
des événements suivants : A ; B ; $A \cap B$; $P_B(A)$

2)comparer : $p(A \cap B)$ et $p(A) \times p(B)$

Exercice20: on écrit les entiers de 1 a 20 sur vingt cartons
On tire au Hazard un carton
Soient les événements suivants :
A : « on obtient un nombre impair »
B : « obtenir un multiple de 5 »
1)Les événements A et B sont-ils indépendants ?
Et événements A et B sont-ils incompatibles ?

2)même question mais cette fois-ci on rajoute un carton numéroté 21

Exercice21: On lance deux fois de suite un dé cubique équilibré.

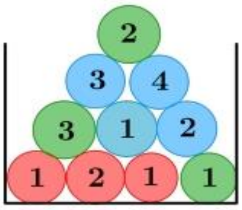
Soient les événements suivants :

A : « on obtient le numéro 6 au 1ere lancement »

B : « on obtient le numéro 6 au 2ere lancement »

Les événements A et B sont-ils indépendants ?

Exercice 22 : Dans l'urne ci-contre :



Il y a des jetons numérotés de différentes couleurs. On tire au hasard un jeton dans cette urne et on considére les évènements suivants :

B : le jeton tiré est bleu

I : le numéro du jeton tiré est impair

1) Les évènements B et I sont-ils indépendants ?

2) Combien faut-il rajouter de jetons bleus numérotés 1 pour que les évènements B et I soient indépendants ?

Exercice23: On extrait au hasard un jeton d'un sac contenant six jetons : trois rouges numérotés 1, 2 et 3, deux

Jaunes numérotés 1 et 2 , et un bleu numéroté 1.

On désigne respectivement par R, U et D les événements :

« le jeton est rouge », « le numéro est 1 » et « le numéro est 2 ».

Les événements R et U sont-ils indépendants ?

Et les événements R et D ?

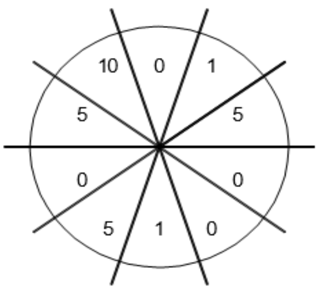
Exercice24: Un jeu consiste à faire tourner une roue bien équilibrée

Le prix à payer pour une partie est de 2 dh

Le jeu rapporte le montant indiqué par la roue en dh on pose :

X = gain = rapport du jeu - prix de la partie

On dit que X est une variable aléatoire



1) déterminer l'ensemble des valeurs possibles pour X

2) déterminer les probabilités associées respectivement aux valeurs possibles de X (Mettre les résultats dans un tableau)

3) déterminer p (X ≤ 0) et p (X > 0)

4) déterminer $E(X)$ l'espérance de X et Interpréter cette valeur.

5) déterminer la variance V (X) et l'écart type σ(X) de X

6) le jeu est à gain positif si E(X) > 0, qu'en est-il de ce jeu ? est-il plus favorable à l'organisateur ou au joueur ?

7) déterminer le prix de la partie pour que l'espérance soit nulle.

Exercice25: Une urne contient 6 boules qui portent les numéros :**2 ,2, 2, ,1 ,1 , 0** indiscernables au toucher

On tire de l'urne au hasard deux Boules simultanément

Soit Y la variable aléatoire qui associe à chaque tirage La somme des numéros des deux boules tirées.

1) déterminer l'ensemble des valeurs possibles pour Y

2) déterminer la loi de probabilités de la variable aléatoire Y

3) calculer : $E(Y)$ l'espérance de Y et la variance V (Y) et l'écart type σ(Y)

Exercice26 : Soit X la variable aléatoire définie par la loi de probabilités suivante :

x_i	-1	0	2	4
$p(X=x_i)$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	a	$\frac{1}{6}$

1)calculer la probabilité de l'évènement $(X=2)$

2) calculer $E(X)$ et $\sigma(X)$

Exercice27 : Une urne contient 6 boules qui portent les numéros :**-1 ;-1 ;0 ;1 ;1 ;2** indiscernables au toucher

On tire de l'urne au hasard deux Boules simultanément

Soit Z la variable aléatoire qui associe à chaque tirage La somme des numéros des deux boules tirées.

1) déterminer l'ensemble des valeurs possibles pour Z

2) déterminer la loi de probabilités de la variable aléatoire Z

3) calculer : $E(Z)$ l’espérance de Z et la variance V (Z) et l’écart type σ(Z)

Exercice28 : Une urne contient 9 jetons numérotés de 1 à 9. Indiscernables au toucher
On tire de l’urne au hasard trois Boules successivement et sans remise
Soit X la variable aléatoire qui associe à chaque tirage le nombre de jetons qui portent un chiffre impair
1) déterminer l’ensemble des valeurs possibles pour X
2) déterminer la loi de probabilités de la variable aléatoire X(tableau)
3) calculer : $E(X)$ l’espérance de X et la variance V (X) et l’écart type σ(X)

Exercice29 : Une urne contient 8 boules :
3 boules qui portent le numeros1 et une boule Qui porte le numéro 0 et le reste portent le numéro 2 et toutes les Boules sont indiscernables
On tire de l’urne au hasard deux Boules simultanément
Soit X la variable aléatoire qui associe à chaque tirage le produit des numéros des deux boules tirées.
1) déterminer l’ensemble des valeurs possibles pour X
2) déterminer la loi de probabilités de la variable aléatoire X(tableau)
3) calculer : $E(X)$ l’espérance de X et la variance V (X) et l’écart type σ(X)

Exercice30: On lance trois fois une pièce de monnaie équilibrée et soit l’évènement :

A "obtenir la face F "

Calculer la probabilité de l’évènement suivant :

B "obtenir face F exactement deux fois"

Exercice31: On lance trois fois une pièce de monnaie équilibrée et soit X le nombre de fois que l’on obtient "pile"

1. faire un arbre illustrant cette situation
2. donner la loi de probabilité de X
3. calculer et interpréter E(X)

« C’est en forgeant que l’on devient forgeron »
Dit un proverbe.

C’est en s’entraînant régulièrement aux calculs et exercices
Que l’on devient un mathématicien