

Correction d'examen de physique chimie session normale 2021

Option science math

Exercice 1 : Chimie

Partie I : Acide formique

1-Quantité de matière d'acide méthanoïque :

$$n_1 = \frac{m_i}{M} = \frac{\rho \cdot 0,5 \cdot V_1}{M(\text{HCOOH})} \Rightarrow n_1 = \frac{1,22 \times 0,5 \times 6,00 \cdot 10^{-3}}{46,0} = 7,96 \cdot 10^{-5} \text{ mol}$$
$$n_1 = 7,96 \cdot 10^{-2} \text{ mmol}$$

2- L'hydrogencarbonate de sodium

2-1-Equation de la réaction :



2-2-Masse d'hydrogencarbonate de sodium :

La réaction est totale : $n_1 = n_i(\text{HCO}_3^-)$

$$n_i(\text{HCO}_3^-) = n_i(\text{NaHCO}_3) = \frac{m}{M(\text{HCO}_3)} \Rightarrow m = n_i(\text{NaHCO}_3) \cdot M(\text{NaHCO}_3)$$
$$m = n_1 \cdot M(\text{NaHCO}_3) \Rightarrow m = 7,96 \cdot 10^{-5} \times 84,0 = 6,69 \cdot 10^{-3} \text{ g} \Rightarrow m = 6,69 \text{ mg}$$

3-Solution S₂

3-1-Pourcentage de molécules d'acide méthanoïque :

$$\tau = \frac{N(\text{HCOO}^-)}{N(\text{HCOOH})} = \frac{n(\text{H}_3\text{O}^+)}{n_1} = \frac{10^{-\text{pH}} \cdot V}{n_1} = \frac{10^{-2,43} \times 10^{-3}}{7,96 \cdot 10^{-5}} = 4,66 \cdot 10^{-2} \Rightarrow \tau = 4,67 \%$$

Equation de la réaction de l'acide méthanoïque avec l'eau est limitée, l'équation s'écrit :



3-2-pK_A du couple HCOOH/HCOO⁻:

$$K_A = \frac{[\text{HCOO}^-]_{\text{éq}} \cdot [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}}{[\text{HCOOH}]_{\text{éq}}}$$

D'après le tableau d'avancement : $[\text{HCOO}^-]_{\text{éq}} = [\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}} = \frac{x_{\text{éq}}}{V_2} = 10^{-\text{pH}}$

$$[\text{HCOOH}]_{\text{éq}} = \frac{n_1 - x_{\text{éq}}}{V_2} = \frac{n_1}{V_2} - \frac{x_{\text{éq}}}{V_2} = C_2 - 10^{-\text{pH}}$$

$$K_A = \frac{[\text{H}_3\text{O}^+]_{\text{éq}}^2}{[\text{HCOOH}]_{\text{éq}}} = \frac{10^{-2\text{pH}}}{C_2 - 10^{-\text{pH}}}$$

$$pK_A = -\log K_A = -\log \left(\frac{10^{-2pH}}{C_2 - 10^{-pH}} \right) \quad \text{A, N: } pK_A = -\log \left(\frac{10^{-2 \times 2,43}}{\frac{7,96 \cdot 10^{-5}}{10^{-3}} - 10^{-2,43}} \right) \Rightarrow pK_A = 3,74$$

4- Solution S₃

4-1-pH de la solution S₃ :

La concentration de l'acide méthanoïque dans la solution S₃ : $C_3(V_2 + V_{\text{eau}}) = C_2 \cdot V_2$

$$C_3 = \frac{C_2 \cdot V_2}{V_2 + V_{\text{eau}}} = \frac{7,96 \cdot 10^{-2} \times 25 \cdot 10^{-3}}{(25 + 50) \cdot 10^{-3}} = 2,65 \cdot 10^{-2} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1}$$

Expression du K_A :

$$K_A = \frac{10^{-2pH'}}{C_3 - 10^{-pH'}} \Rightarrow K_A \cdot C_3 - K_A \cdot 10^{-pH'} - 10^{-2pH'} = 0$$

On pose : $x = 10^{-pH'}$ on obtient : $x^2 + K_A \cdot x - K_A \cdot C_3 = 0$

$$x_1 = \frac{-K_A + \sqrt{K_A^2 + 4K_A \cdot C_3}}{2} > 0 \Rightarrow x_1 = \frac{-10^{-3,74} + \sqrt{10^{-2 \times 3,74} + 4 \times 10^{-3,74} \times 2,65 \cdot 10^{-2}}}{2}$$

$$x_1 = 2,11 \cdot 10^{-3} \text{ mol} \cdot \text{L}^{-1} \Rightarrow pH' = -\log x_1 \Rightarrow pH' = -\log(2,11 \cdot 10^{-3}) = 2,68$$

4-2- Réaction de S₃ et l'hydroxyde de sodium :

4-2-1-Equation de la réaction :



4.2-2-pH du mélange :

Equation de la réaction	$\text{HCOOH}_{(\text{aq})} + \text{HO}^-_{(\text{aq})} \rightarrow \text{HCOO}^-_{(\text{aq})} + \text{H}_2\text{O}_{(\text{l})}$
$t = 0$	$C_2 V_a$ $C_b \cdot V_b$ 0 en excès
t	$C_2 V_a - x$ $C_b \cdot V_b - x$ x en excès
$t = t_f$	$C_2 V_a - x_f$ $C_b \cdot V_b - x_f$ x_f en excès

D'après le tableau d'avancement le réactif limitant est HO^- est l'avancement maximal :

$$x_{\text{max}} = C_b \cdot V_b = 0,1 \times 7,5 \cdot 10^{-3} = 7,5 \cdot 10^{-4} \text{ mol}$$

$$pH = pK_A + \log \frac{[\text{HCOO}^-]}{[\text{HCOOH}]} = pK_A + \log \frac{x_{\text{max}}}{C_2 \cdot V_a - x_{\text{max}}} = pK_A + \log \frac{C_b \cdot V_b}{C_2 V_a - C_b \cdot V_b}$$

$$pH = 3,74 + \log \left(\frac{7,5 \cdot 10^{-4}}{7,96 \cdot 10^{-2} \times 10 \cdot 10^{-3} - 7,5 \cdot 10^{-4}} \right) \Rightarrow pH = 4,95$$

Partie II: Etude de la pile plomb-fer

1-Nombre d'affirmations fausses : 4

2-Equation bilan de la réaction :



3-Quotient de la réaction à l'instant t_1 :

Equation de la réaction	$\text{Pb}^{2+}_{(aq)}$	+	$\text{Fe}_{(s)}$	$\rightarrow$	$\text{Fe}^{2+}_{(aq)}$	+	$\text{Pb}_{(s)}$	$n(e^-)$
$t=0$	$[\text{Pb}^{2+}]_i \cdot V$		en excès		$[\text{Fe}^{2+}]_i \cdot V$		$n_i(\text{Pb})$	$n(e^-) = 0$
$t = t_1$	$[\text{Pb}^{2+}]_i \cdot V - x$		en excès		$[\text{Fe}^{2+}]_i \cdot V + x$		$n_i(\text{Pb}) + x$	$n(e^-) = 2x$

L'expression du quotient de la réaction :

$$Q_{r,t} = \frac{[\text{Fe}^{2+}]_t}{[\text{Pb}^{2+}]_t} = \frac{[\text{Fe}^{2+}]_i \cdot V + x}{[\text{Pb}^{2+}]_i \cdot V - x}$$

La quantité du plomb déposée à l'instant t_1 : $n_d(\text{Pb}) = x = \frac{m_d}{M(\text{Pb})} = \frac{2,07 \cdot 10^{-3}}{207} = 10^{-5} \text{ mol}$

$$Q_{r,t} = \frac{4,0 \cdot 10^{-2} \times 0,1 + 10^{-5}}{1,0 \cdot 10^{-3} \times 0,1 - 10^{-5}} \Rightarrow \boxed{Q_{r,t} = 44,55}$$

4-Détermination de t_1 :

D'après le tableau d'avancement : $n(e^-) = 2x$ et $n(e^-) = \frac{Q}{F} = \frac{I \cdot t_1}{F}$

$$2x = \frac{I \cdot t_1}{F} \Rightarrow t_1 = \frac{2xF}{I} = \frac{2m_d F}{I \cdot M(\text{Pb})} \Rightarrow t_1 = \frac{2 \times 2,07 \cdot 10^{-3} \times 9,65 \cdot 10^4}{2 \cdot 10^{-3} \times 207} \Rightarrow \boxed{t_1 = 965 \text{ s}}$$

$$t_1 = 16 \text{ min } 5 \text{ s}$$

Exercice 2 : ondes

1-Types d'ondes ultrasonores :

Les ondes ultrasonores sont longitudinales car la direction de la propagation est parallèle à la direction de la perturbation.

2-Distance parcourue pendant une période :

$$V_a = \frac{d}{T} = d \cdot N \Rightarrow d = \frac{V_a}{N} = \frac{340}{40 \cdot 10^3} = 8,5 \cdot 10^{-3} \text{ m} \Rightarrow \boxed{d = 8,5 \text{ mm}}$$

3-Expression de Δt :

$$\Delta t = t_a - t_b$$

$$V_a = \frac{D}{t_a} \Rightarrow t_a = \frac{D}{V_a}$$

$$V_h = \frac{D}{t_h} \Rightarrow t_h = \frac{D}{V_h}$$

Avec $t_h = t_b$ on obtient :

$$\Delta t = t_a - t_b = \frac{D}{V_a} - \frac{D}{V_h} \Rightarrow \boxed{\Delta t = D \left(\frac{1}{V_a} - \frac{1}{V_h} \right)}$$

4-Pureté de l'huile :

La courbe $\Delta t = f(D)$ est linéaire son équation s'écrit : $\Delta t = KD$

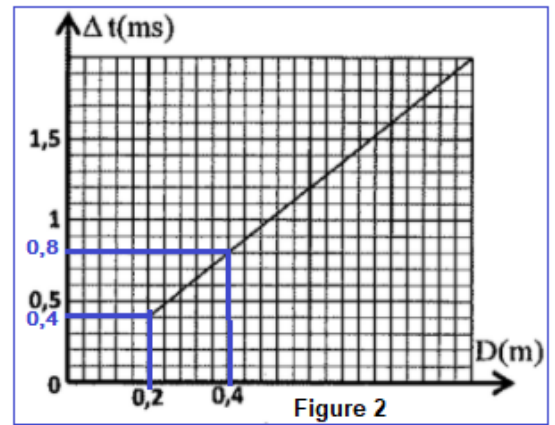
$$K = \frac{\Delta t_2 - \Delta t_1}{D_2 - D_1} = \frac{(0,8 - 0,4) \cdot 10^{-3} \text{ s}}{(0,4 - 0,2) \text{ m}} = 2 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$$

$$\begin{cases} \Delta t = D \left(\frac{1}{V_a} - \frac{1}{V_h} \right) \\ \Delta t = KD \end{cases} \Rightarrow \frac{1}{V_a} - \frac{1}{V_h} = K$$

$$\frac{1}{V_h} = -K + \frac{1}{V_a} \Rightarrow \frac{1}{V_h} = \frac{-K \cdot V_a + 1}{V_a}$$

$$\boxed{V_h = \frac{V_a}{1 - V_a \cdot K}} \Rightarrow V_h = \frac{340}{1 - 340 \times 2 \cdot 10^{-3}}$$

$$\Rightarrow \boxed{V_h = 1062,5 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}}$$



$V_h \notin [1595 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}; 1600 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}]$ donc l'huile n'est pas pure.

Exercice 3 : nucléaire

1-le nombre d'affirmations justes est : 1

2-Fission nucléaire

2-1-Equation de la réaction nucléaire :



D'après les lois de conservation de Soddy :

$$\begin{cases} 10 + 1 = A + 4 \\ 5 + 0 = Z + 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 11 - 4 \\ Z = 5 - 2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 7 \\ Z = 3 \end{cases}$$



2-2-Comaraison de la stabilité des deux noyaux :

$$\epsilon({}^4_2\text{He}) = \frac{E_\ell(\alpha)}{4} = \frac{28,295244}{4} = 7,07 \text{ MeV/nul on}$$

$$\epsilon({}^7_3\text{Li}) = \frac{E_\ell({}^7_3\text{Li})}{7} = \frac{[3 \times 1,007276 + (7 - 3) \times 1,008665 - 7,016005] \times 931,5}{7}$$

$$\epsilon({}^7_3\text{Li}) = 5,38 \text{ MeV/nul on}$$

On a : $\epsilon({}^4_2\text{He}) > \epsilon({}^7_3\text{Li})$, donc le noyau He est plus stable que Li .

2-3-L'énergie lib r e $|\Delta E|$:

$$\boxed{|\Delta E| = |\Delta m \cdot c^2| = |m({}^7_3\text{Li}) + m({}^4_2\text{He}) - m({}^{10}_5\text{B}) - m({}^1_0\text{n})| \cdot c^2}$$

$$|\Delta E| = |7,016005 + 4,001506 - 10,02938 - 1,008665| \times 931,5$$

$$\boxed{|\Delta E| = 3,81 \text{ MeV}}$$

Exercice 4 : Electricité

1-Charge d'un condensateur et sa décharge dans une bobine

1-1-Expression de l'énergie emmagasinée dans une bobine :

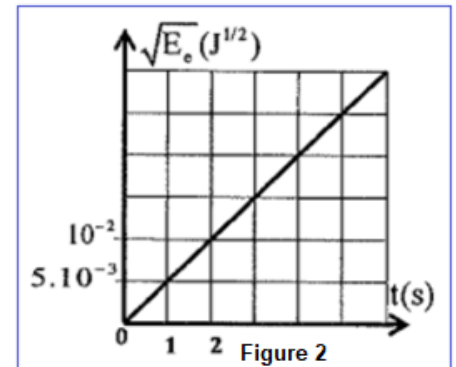
$$E_e = \frac{1}{2} \cdot C_0 \cdot u_C^2 \text{ avec } u_C = \frac{q}{C_0}$$

$$E_e = \frac{1}{2C_0} \cdot q^2$$

1-2-La valeur de C_0 :

La courbe $\sqrt{E_e} = f(t)$ linéaire son équation s'écrit : $\sqrt{E_e} = K \cdot t$ avec K le coefficient directeur :

$$K = \frac{\Delta\sqrt{E_e}}{\Delta t} = \frac{10^{-2} - 0}{2 - 0} = 5 \cdot 10^{-3} \text{ (S.I)}$$



On remplace $q = I_0 \cdot t$ dans l'expression de E_e :

$$E_e = \frac{1}{2C_0} \cdot q^2 = \frac{1}{2C_0} \cdot (I_0 \cdot t)^2 \Rightarrow \sqrt{E_e} = \frac{I_0}{\sqrt{2C_0}} \cdot t$$

$$\frac{I_0}{\sqrt{2C_0}} = K \Rightarrow \sqrt{2C_0} = \frac{I_0}{K} \Rightarrow 2C_0 = \left(\frac{I_0}{K}\right)^2 \Rightarrow C_0 = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{I_0}{K}\right)^2$$

$$C_0 = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{10 \cdot 10^{-6}}{5 \cdot 10^{-3}}\right)^2 = 2 \cdot 10^{-6} \text{ F} \Rightarrow C_0 = 2 \mu\text{F}$$

1-3-1-Energie dissipée par effet joule entre $t = 0$ et t_1 :

$$E_{\text{joule}} = |\Delta E_T| = E_T(t=0) - E_T(t_1)$$

A $t = 0$ on a : $i(0) = 0$ donc $E_m = 0 \Rightarrow$

$$u_C = U_{AB} \text{ donc } E_e = \frac{1}{2} C_0 U_{AB}^2$$

A $t = t_1$ on a : $i(t_1) = i_{\text{max}} \Rightarrow \frac{di}{dt} = 0$ donc

$$u_C + u_L = 0$$

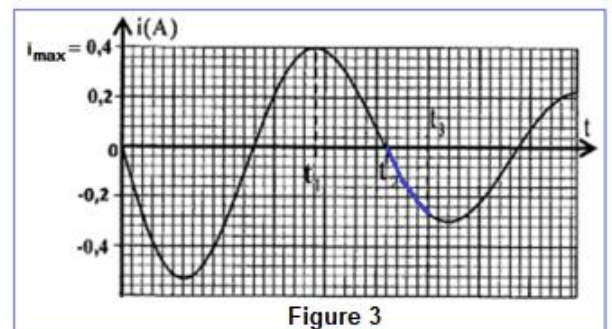
$$u_C(t_1) = -u_L(t_1) = -L \cdot \frac{di}{dt} = -r \cdot i_{\text{max}}$$

$$E_T(t_1) = \frac{1}{2} C_0 \cdot r^2 \cdot i_{\text{max}}^2 + \frac{1}{2} L \cdot i_{\text{max}}^2$$

$$E_{\text{joule}} = E_T(t=0) - E_T(t_1) = \frac{1}{2} C_0 U_{AB}^2 - \frac{1}{2} L \cdot i_{\text{max}}^2 - \frac{1}{2} C_0 \cdot r^2 \cdot i_{\text{max}}^2$$

$$E_{\text{joule}} = \frac{1}{2} \times 2 \cdot 10^{-6} \times 40^2 - \frac{1}{2} \times 8,6 \cdot 10^{-3} \times 0,4^2 - \frac{1}{2} \times 2 \cdot 10^{-6} \times 12^2 \times 0,4^2$$

$$E_{\text{joule}} \simeq 8,9 \cdot 10^{-4} \text{ J}$$



1-3-2-Entre les instants t_1 et t_2 :

D'après la figure 3 la valeur absolue $|i|$ de l'intensité du courant augmente donc l'énergie emmagasinée dans la bobine augmente, alors que l'énergie emmagasinée dans le condensateur diminue, donc le condensateur se décharge entre t_1 et t_2 .

2-Modulation et démodulation d'amplitude

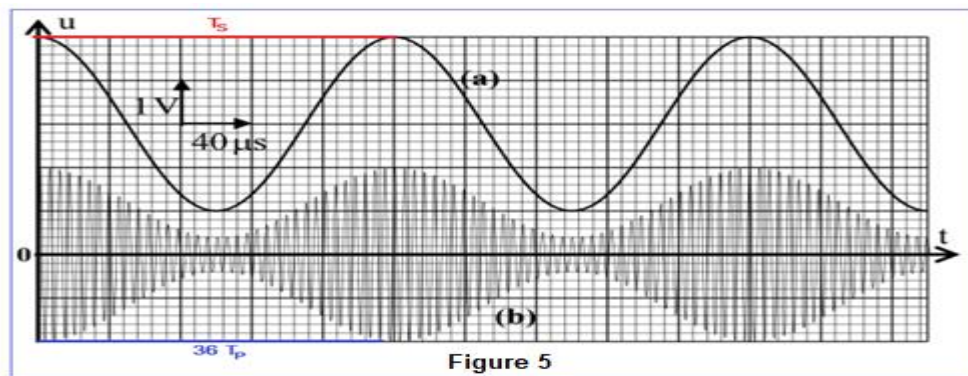
2-1-La courbe correspondant au signal modulé ou porteuse :

- La courbe (a) correspond au signal modulant (ou informatif) $u_1(t)$
- La courbe (b) correspond au signal modulé $u_s(t)$

2-2-1-Les fréquences f_s et F_p :

$$f_s = \frac{1}{T_s} = \frac{1}{5 \times 40 \times 10^{-6}} = 5000 \text{ Hz} \Rightarrow \boxed{f_s = 5 \text{ kHz}}$$

$$F_p = \frac{1}{T_p} = \frac{1}{\frac{5 \times 40}{36} \times 10^{-6}} = 180\,000 \text{ Hz} \Rightarrow \boxed{f_s = 180 \text{ kHz}}$$



2-2-2-Le taux de modulation m :

$$m = \frac{S_{\max} - S_{\min}}{S_{\max} + S_{\min}} = \frac{2 - 0,4}{2 + 0,4} \Rightarrow \boxed{m = 0,67}$$

2-3-Démodulation

2-3-1-La valeur de C :

Selon l'expression de la période propre : $T_0 = 2\pi\sqrt{L \cdot C}$ avec $N_0 = \frac{1}{T_0} \Rightarrow 2\pi\sqrt{L \cdot C} = \frac{1}{N_0}$

$$4\pi^2 L \cdot C = \frac{1}{N_0^2} \Rightarrow \boxed{C = \frac{1}{4\pi^2 L \cdot N_0^2}}$$

$$C = \frac{1}{4 \times 10 \times 8,6 \cdot 10^{-3} \times (180 \cdot 10^3)^2} = 8,97 \cdot 10^{-11} \text{ F} \Rightarrow \boxed{C \approx 90 \text{ pF}}$$

2-3-2-L'intervalle des valeurs de C :

$$T_0 \ll \tau < T_i \Leftrightarrow \frac{1}{N_0} \ll R' C' < \frac{1}{N_i} \Leftrightarrow \boxed{\frac{1}{R' N_0} \ll C' < \frac{1}{R' N_i}}$$

$$\frac{1}{100 \cdot 10^3 \times 180 \cdot 10^3} \ll C' < \frac{1}{100 \cdot 10^3 \times 5 \cdot 10^3}$$

$$5,55 \cdot 10^{-11} \text{ F} \ll C' < 2 \cdot 10^{-9} \text{ F} \Leftrightarrow \boxed{0,055 \text{ nF} \ll C' < 2 \text{ nF}}$$

Exercice 5 : Mécanique

Partie I : Mouvement d'une luge

1-Première phase :

1-1-La valeur de a_{th} :

Le système étudié : {La luge}

Bilan des forces : * $\vec{P}$ le poids de la luge
réaction du plan incliné

Application de la deuxième loi de Newton :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}_G \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} = m \cdot \vec{a}_G$$

Projection sur l'axe Ax :

$$P_x + R_x = m \cdot a_x \Leftrightarrow m \cdot g \sin \alpha = m \cdot a_{th} \Rightarrow a_{th} = g \cdot \sin \alpha$$

$$a_{th} = 10 \times 0,2 \Rightarrow a_{th} = 2 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

1-2-La distance parcourue :

$$x = \frac{1}{2} a_{th} t^2 + v_0 t + x_0 \quad \text{avec } x_0 = 0 \quad \text{et } V = a_{th} t + V_0$$

$$\text{On remplace } t = \frac{V-V_0}{a_{th}} \text{ dans } x : x = \frac{1}{2} a_{th} \left(\frac{V-V_0}{a_{th}} \right)^2 + V_0 \frac{V-V_0}{a_{th}}$$

$$\text{On a : } V = V_1 \text{ et } x = d \text{ et } V_0 = V_A$$

$$d = \frac{V_1^2 - V_A^2}{2a_{th}} \Rightarrow d = \frac{25^2 - 5^2}{2 \times 2} \Rightarrow d = 150 \text{ m}$$

1-3-1-La valeur de a_{exp} :

La courbe $V_{exp} = f(t)$ est linéaire on écrit : $V_{exp} = K \cdot t$ avec K son coefficient directeur qui représente l'accélération :

$$K = a_{exp} = \frac{\Delta V_{exp}}{\Delta t} = \frac{15 - 5}{10 - 0} \Rightarrow a_{exp} = 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$$

2-3-2-L'expression de μ :

Le contact se fait avec frottement on écrit : $\vec{R} = \vec{R}_T + \vec{R}_N$

On applique la deuxième loi de Newton :

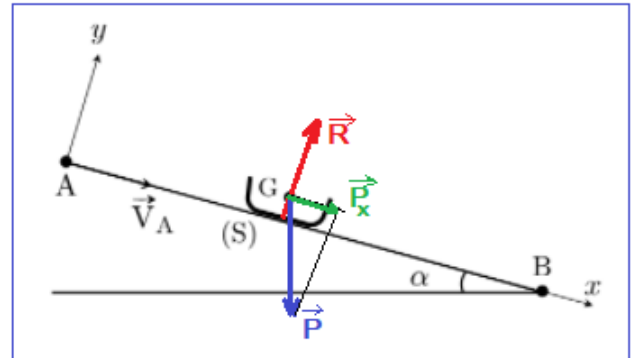
$$\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}_{exp} \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} = m \cdot \vec{a}_{exp}$$

$$\vec{P} + \vec{R}_T + \vec{R}_N = m \cdot \vec{a}_{exp}$$

Projection sur l'axe Ax :

$$m \cdot g \sin \alpha - R_T = m \cdot a_{exp} \Rightarrow R_T = m \cdot g \sin \alpha - m \cdot a_{exp} = m \cdot a_{th} - m \cdot a_{exp}$$

$$R_T = m(a_{th} - a_{exp})$$



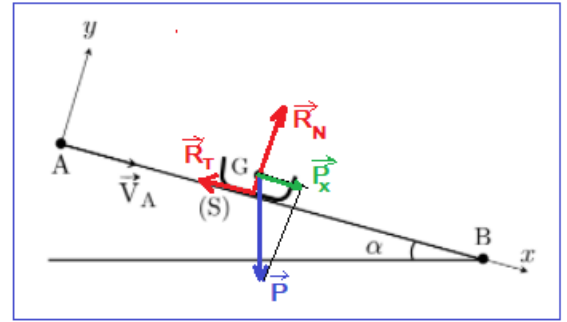
Projection sur l'axe Ay :

$$-m \cdot g \cos \alpha + R_N = 0 \Rightarrow R_N = m \cdot g \cos \alpha$$

$$\mu = \frac{R_T}{R_N} = \frac{m(a_{th} - a_{exp})}{m \cdot g \cos \alpha} \Rightarrow \mu = \frac{a_{th} - a_{exp}}{g \cdot \cos \alpha}$$

$$\sin \alpha = 0,2 \Rightarrow \alpha = \sin^{-1}(0,2) \approx 11,54^\circ$$

$$\mu = \frac{2 - 1}{10 \times \cos(11,54^\circ)} \Rightarrow \mu = 0,1$$



2-Dixième phase :

2-1-L'équation différentielle :

Le système étudié : {La luge}

Bilan des forces : $\vec{P}$: le poids de la luge $\vec{f}$: force de frottement fluide

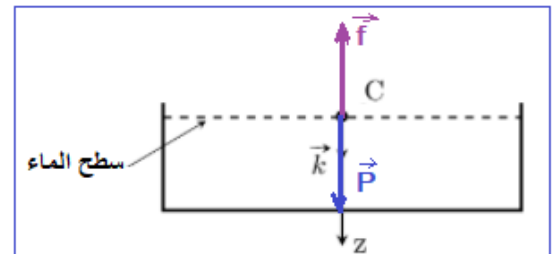
Application de la deuxième loi de Newton :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m \cdot \vec{a}_G \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{f} = m \cdot \vec{a}_G$$

Projection sur l'axe Cx :

$$P - f = m \cdot a_z \Rightarrow m \cdot g - k \cdot v_z = m \cdot a_z \Rightarrow a_z + \frac{k}{m} \cdot v_z = g$$

$$\frac{dv_z}{dt} + \frac{k}{m} \cdot v_z = g$$



On pose : $\frac{1}{\tau} = \frac{k}{m} \Rightarrow \tau = \frac{m}{k}$

En régime permanent : $v_z = v_\ell \Rightarrow \frac{dv_z}{dt} = 0$ on remplace dans l'équation différentielle : $\frac{v_\ell}{\tau} = g$

$$v_\ell = g \cdot \tau \Rightarrow v_\ell = \frac{m \cdot g}{k}$$

L'équation différentielle s'écrit : $\frac{dv_z}{dt} + \frac{1}{\tau} \cdot v_z = \frac{v_\ell}{\tau}$

2-Profondeur atteinte par la luge :

$$v_z(t) = \frac{dv_z}{dt} = v_\ell (1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

$$z(t) = v_\ell \left(t + \tau \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \right) + C$$

$$z(t=0) = 0 \Rightarrow z(t) = v_\ell (0 + \tau \cdot e^0) + C = 0 \Rightarrow C = -\tau \cdot v_\ell$$

$$z(t) = v_\ell \left(t + \tau \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \right) - \tau \cdot v_\ell \Rightarrow z(t) = v_\ell \left(t + \tau \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} - \tau \right)$$

$$v_\ell = g \cdot \tau = 10 \times 0,1 = 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1} \text{ و } \tau = \frac{k}{m} = \frac{20}{200} = 0,1 \text{ s مع}$$

$$z(t) = t + 0,1e^{-\frac{t}{\tau}} - 0,1 = t + 0,1 \left(e^{-\frac{t}{\tau}} - 1 \right)$$

At $t = 41\tau$ le profondeur h atteinte par la luge depuis le point C :

$$z(41\tau) = h = 41\tau + 0,1 \left(e^{-\frac{41\tau}{\tau}} - 1 \right) \approx 41\tau - 0,1 = 41 \times 0,1 - 0,1 \Rightarrow h = 4 \text{ m}$$

Partie II : Mouvement du faisceau de protons dans un champ électrostatique

1-Les équations horaires $x(t)$ et $y(t)$:

Le système étudié : {Le proton}

Bilan des forces : $\vec{F}$: force électrostatique

Application de la deuxième loi de Newton :

$$\sum \vec{F}_{\text{ext}} = m \cdot \vec{a} \Leftrightarrow \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$$q\vec{E} = m \cdot \vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{e}{m} \cdot \vec{E}$$

A $t=0$:

$$\vec{V}_0 \begin{cases} V_{0x} = V_0 \cos \alpha \\ V_{0y} = V_0 \sin \alpha \end{cases} \text{ et } \begin{cases} x_0 = 0 \\ y_0 = 0 \end{cases}$$

Projection sur Ox et Oy :

$$\vec{a} \begin{cases} a_x = 0 \\ a_y = \frac{e}{m} \cdot E_y = -\frac{e \cdot E}{m} = -\frac{e \cdot U_0}{m \cdot d} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a_x = \frac{dv_x}{dt} = 0 \\ a_y = \frac{dv_y}{dt} = -\frac{e \cdot U_0}{m \cdot d} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} v_x = \frac{dx}{dt} = V_0 \cdot \cos \alpha \\ v_y = \frac{dy}{dt} = -\frac{e \cdot U_0}{m \cdot d} \cdot t + V_0 \cdot \sin \alpha \end{cases}$$

$$\begin{cases} x(t) = V_0 \cdot \cos \alpha \cdot t + x_0 \\ y(t) = -\frac{e \cdot U_0}{2m \cdot d} \cdot t^2 + V_0 \cdot \sin \alpha \cdot t + y_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x(t) = V_0 \cdot \cos \alpha \cdot t \\ y(t) = -\frac{e \cdot U_0}{2m \cdot d} \cdot t^2 + V_0 \cdot \sin \alpha \cdot t \end{cases}$$

2-L'équation de la trajectoire :

$$t = \frac{x}{V_0 \cos \alpha} \Leftrightarrow x = V_0 \cos \alpha \cdot t$$

$$y = -\frac{e \cdot U_0}{2m \cdot d} \cdot \left(\frac{x}{V_0 \cdot \cos \alpha} \right)^2 + V_0 \cdot \sin \alpha \cdot \left(\frac{x}{V_0 \cdot \cos \alpha} \right)$$

$$y = -\frac{e \cdot U_0}{2m \cdot d \cdot V_0^2 \cdot \cos^2 \alpha} \cdot x^2 + \tan \alpha \cdot x$$

3-La valeur de U_0 :

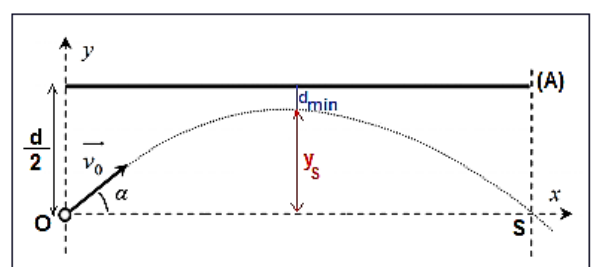
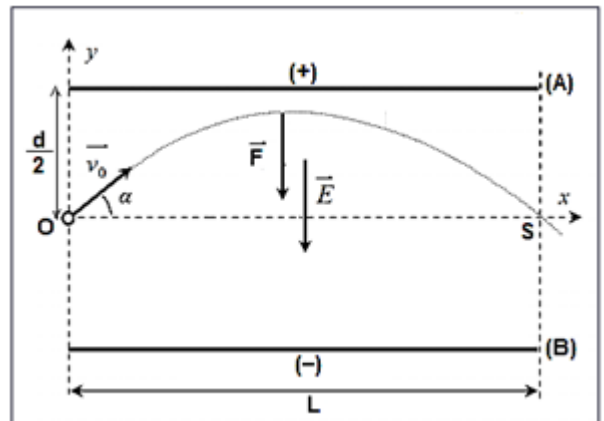
Les coordonnées du point S sont : $x_S = L$ et $y_S = 0$ on remplace dans l'équation de la trajectoire :

$$-\frac{e \cdot U_0}{2m \cdot d \cdot (V_0 \cdot \cos \alpha)^2} \cdot L^2 + \tan \alpha \cdot L = 0$$

$$-\frac{e \cdot U_0}{2m \cdot d \cdot (V_0 \cdot \cos \alpha)^2} \cdot L + \tan \alpha = 0 \Rightarrow \frac{e \cdot U_0}{2m \cdot d \cdot (V_0 \cdot \cos \alpha)^2} \cdot L = \tan \alpha$$

$$U_0 = \frac{2m \cdot d \cdot (V_0 \cdot \cos \alpha)^2 \cdot \tan \alpha}{e \cdot L} = \frac{2m \cdot d \cdot V_0^2 \cdot \cos^2 \alpha \cdot \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha}}{e \cdot L}$$

$$U_0 = \frac{m \cdot d \cdot V_0^2 \cdot \sin 2\alpha}{e \cdot L}$$



$$U_0 = \frac{1,67 \cdot 10^{-27} \times 7 \cdot 10^{-2} \times (4,5 \cdot 10^5)^2 \sin(2 \times 30^\circ)}{1,6 \cdot 10^{-19} \times 20 \cdot 10^{-2}} \Rightarrow \boxed{U_0 = 640,67 \text{ V}}$$

4-La distance minimale $d_{\min}$:

$$\text{On a : } \frac{d}{2} = y_S + d_{\min} \Rightarrow d_{\min} = \frac{d}{2} - y_S$$

$$\text{On a : } a_y = -\frac{e \cdot U_0}{m \cdot d} \text{ et } v_y = -a_y \cdot t + v_0 \cdot \sin \alpha$$

Au sommet de la trajectoire S on a : $v_{yS} = 0$ c'est à dire :

$$t_S = -\frac{v_0 \sin \alpha}{a_y} \Leftarrow a_y \cdot t_S + v_0 \sin \alpha = 0$$

$$y_S = \frac{1}{2} a_y \cdot t_S^2 + v_0 \sin \alpha \cdot t_S$$

$$y_S = \frac{1}{2} a_y \cdot \left(-\frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{a_y} \right)^2 + v_0 \cdot \sin \alpha \cdot \left(-\frac{v_0 \cdot \sin \alpha}{a_y} \right) = \frac{1}{2} \frac{(v_0 \cdot \sin \alpha)^2}{a_y} - \frac{(v_0 \cdot \sin \alpha)^2}{a_y}$$

$$y_S = -\frac{(v_0 \cdot \sin \alpha)^2}{2 a_y} = -\frac{(v_0 \cdot \sin \alpha)^2}{2 \left(-\frac{e \cdot U_0}{m \cdot d} \right)} \Rightarrow \boxed{y_S = \frac{m \cdot d (v_0 \cdot \sin \alpha)^2}{2 e U_0}}$$

$$y_S = \frac{1,67 \cdot 10^{-27} \times 7 \cdot 10^{-2} \times [4,5 \cdot 10^5 \sin(30^\circ)]^2}{2 \times 1,6 \cdot 10^{-19} \times 640,67} = 2,89 \cdot 10^{-2} \text{ m} \Rightarrow \boxed{y_S = 2,89 \text{ cm}}$$

$$\boxed{d_{\min} = \frac{d}{2} - y_S} \Rightarrow d_{\min} = \frac{7}{2} - 2,89 \Rightarrow \boxed{d_{\min} = 0,61 \text{ cm}}$$