

تصحيح الامتحان الوطني للباكالوريا الدورة العادية 2022
مادة الفيزياء والكيمياء-مسلك العلوم الرياضية -خيار فرنسية

Exercice 1 : Chimie (7points)

Partie I : Etude de quelques réactions de l'acide salicylique

1-Etude d'une solution aqueuse d'acide salicylique

1-1-1- Définition du taux d'avancement final :

Est le quotient de l'avancement final par l'avancement maximal, il représente le pourcentage des molécules qui sont réagies dans une réaction chimique.

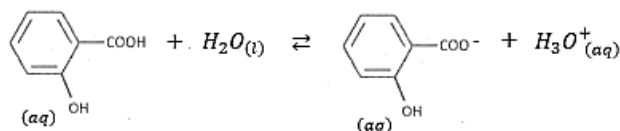
1-1-2-Montrons que la réaction de l'acide avec l'eau est limitée :

On a : $\tau = \frac{x_{\text{éq}}}{x_{\text{max}}}$ avec : $x_{\text{éq}} = [H_3O^+].V$ et $x_{\text{max}} = C.V$

$$\tau = \frac{[H_3O^+].V}{C.V} = \frac{[H_3O^+]}{C} \Leftrightarrow \tau = \frac{10^{-pH}}{C} \xrightarrow{A.N} \tau = \frac{10^{-1,8}}{0,25} = 0,063 \Rightarrow \tau = 6,3\%$$

$\tau < 1$ La réaction est limitée.

Equation de la réaction :



1-2-Détermination de $\alpha(AH)$:

Tableau d'avancement :

Avancement de la réaction	$AH_{(aq)}$	+	$H_2O_{(l)}$	$\rightleftharpoons$	$A^-_{(aq)}$	+	$H_3O^+_{(aq)}$
$x = 0$	$C.V$		en excès	--	0		0
x	$C.V - x$		en excès	--	x		x
$x = x_{\text{éq}}$	$C.V - x_{\text{éq}}$		en excès	--	$x_{\text{éq}}$		$x_{\text{éq}}$

$$\alpha(AH) = \frac{n_f(AH)}{n_0(AH)} = \frac{C.V - x_{\text{éq}}}{C.V} = 1 - \frac{x_{\text{éq}}}{C.V}$$

$$x_{\text{éq}} = [H_3O^+].V = 10^{-pH}.V$$

$$\alpha(AH) = 1 - \frac{10^{-pH}.V}{C.V} = 1 - \frac{10^{-pH}}{C}$$

$$\alpha(AH) = 1 - \frac{10^{-pH}.V}{C.V} = 1 - \frac{10^{-1,8}}{0,25} = 0,9366 \Rightarrow \alpha(AH) = 93,66 \%$$

$$\alpha(A^-) = 6,34 \%$$

On a : $\alpha(AH) > \alpha(A^-)$ donc l'acide est prédominant.

1-3-Vérification de la valeur du pK_A :

$$K_A = \frac{[A^-]_{\text{éq}}[H_3O^+]_{\text{éq}}}{[AH]_{\text{éq}}}$$

$$[A^-]_{\text{éq}} = [H_3O^+]_{\text{éq}} = \frac{x_{\text{éq}}}{V} \text{ et } [AH]_{\text{éq}} = \frac{C.V - x_{\text{éq}}}{V} = C - \frac{x_{\text{éq}}}{V} = C - [H_3O^+]_{\text{éq}}$$

$$pK_A = \frac{[H_3O^+]_{\text{éq}}^2}{C - [H_3O^+]_{\text{éq}}} = \frac{10^{-2pH}}{C - 10^{-pH}}$$

$$pK_A = -\log \frac{10^{-2pH}}{C - 10^{-pH}} \Rightarrow pK_A = -\log \left(\frac{10^{-2 \times 1,8}}{0,25 - 10^{-1,8}} \right) = 2,969 \Rightarrow pK_A \approx 3$$

2-Titrage d'une solution d'acide salicylique

2-1-Equation de réaction du dosage :



2-2-Calcul de la constante d'équilibre K :

$$K = \frac{[A^-]_{\text{éq}}}{[AH]_{\text{éq}} \cdot [HO^-]_{\text{éq}}} \cdot \frac{[H_3O^+]_{\text{éq}}}{[H_3O^+]_{\text{éq}}} = \frac{[A^-]_{\text{éq}} [H_3O^+]_{\text{éq}}}{[AH]_{\text{éq}} \cdot [H_3O^+]_{\text{éq}} \cdot [HO^-]_{\text{éq}}} \cdot 1$$

$$K = \frac{K_A}{K_e} \Rightarrow K = \frac{10^{-pK_A}}{K_e} \xrightarrow{A.N} K = \frac{10^{-3}}{10^{-14}} \Rightarrow K = 10^{11}$$

2-3- Vérification de l'indication de l'étiquette :

$$C_A \cdot V_A = C_B \cdot V_{BE} \Rightarrow C_A = \frac{C_B \cdot V_{BE}}{V_A} \Leftrightarrow C_A = \frac{0,12 \times 9,0}{15,0} = 7,2 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

$$\begin{cases} C_0 = 10C_A \\ C_0 = \frac{m}{M \cdot V} \end{cases} \Leftrightarrow 10C_A = \frac{m}{M \cdot V} \Leftrightarrow m = 10C_A \cdot M \cdot V$$

$$m = 10 \times 7,2 \cdot 10^{-2} \times 138 \times 50 \cdot 10^{-3} = 4,968 \text{ g}$$

$$m \approx 5 \text{ g}$$

Donc l'indication de l'étiquette est vérifiée.

2-4-1- Vérification de la concentration de $(Na^+_{(aq)} + A^-_{(aq)})$:

A l'équivalence, on a la disparition totale d'acide AH.

Avancement de la réaction	$AH_{(aq)} + HO^-_{(aq)} \rightleftharpoons A^-_{(aq)} + H_2O_{(l)}$
Etat initial	$C_A \cdot V_A$ $C_B \cdot V_{BE}$ -- 0 <i>en excès</i>
Etat intermédiaire	$C_A \cdot V_A - x$ $C_B \cdot V_{BE} - x$ -- x <i>en excès</i>
Etat d'équivalence	$C_A \cdot V_A - x_E$ $C_B \cdot V_{BE} - x_E$ -- x_E <i>en excès</i>

$$C_A \cdot V_A - x_E = 0 \text{ et } C_B \cdot V_{BE} - x_E = 0 \Rightarrow C_A \cdot V_A = C_B \cdot V_{BE} = x_E$$

$$[A^-]_{\text{éq}} = \frac{x_E}{V_A + V_{BE}} = \frac{C_B \cdot V_{BE}}{V_A + V_{BE}} \xrightarrow{A.N} [A^-]_{\text{éq}} = [Na^+]_{\text{éq}} = \frac{0,12 \times 9,0}{15 + 9} = 4,5 \cdot 10^{-2} \text{ mol.L}^{-1}$$

2-4-2- pH de la solution :

$$K_A = \frac{[A^-]_{\text{éq}} [H_3O^+]_{\text{éq}}}{[AH]_{\text{éq}}}$$

A l'équivalence, on a :

$$[AH]_{\text{éq}} = [HO^-]_{\text{éq}}$$

$$K_A = \frac{[A^-]_{\text{éq}} \cdot [H_3O^+]_{\text{éq}}}{[HO^-]_{\text{éq}}} \cdot \frac{[H_3O^+]_{\text{éq}}}{[H_3O^+]_{\text{éq}}} = \frac{[A^-]_{\text{éq}} \cdot [H_3O^+]_{\text{éq}}^2}{K_e}$$

$$[H_3O^+]_{\text{éq}}^2 = \frac{K_A \cdot K_e}{[A^-]_{\text{éq}}} \Rightarrow [H_3O^+]_{\text{éq}} = \sqrt{\frac{K_A \cdot K_e}{[A^-]_{\text{éq}}}}$$

$$pH = -\log \sqrt{\frac{K_A \cdot K_e}{[A^-]_{\text{éq}}}} = -\frac{1}{2} [\log K_A + \log K_e - \log [A^-]_{\text{éq}}]$$

$$pH = \frac{1}{2} (pK_A + pK_e + \log [A^-]_{\text{éq}})$$

$$pH = \frac{1}{2} [3 + 14 + \log(4,5 \cdot 10^{-2})] \Leftrightarrow pH \simeq 7,83$$

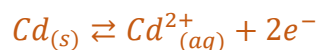
2-4-3- L'indicateur le mieux adapté pour ce dosage :

Le rouge de phénol est l'indicateur coloré convenable pour ce dosage puisqu'on a :

$$6,8 \leq pH_E = 7,8 \leq 8,4.$$

Partie II : Cadmiage d'une pièce métallique

1- L'équation de la réaction au niveau de l'anode :



2-L'expression de la masse m :

$Cd^{2+}_{(aq)} + 2e^- \rightleftharpoons Cd_{(s)}$	$n(e^-)$
$n_i(Cd)$	$n(e^-) = 0$
$n_f(Cd) - x$	$n(e^-) = 2x$

$$\begin{cases} n(e^-) = 2x \\ n(e^-) = \frac{I \cdot \Delta t}{F} \end{cases} \Rightarrow \frac{I \cdot \Delta t}{F} = 2x \Rightarrow x = \frac{I \cdot \Delta t}{2F}$$

$$\begin{cases} n(Cd) = \frac{m}{M(Cd)} \\ n(Cd) = x \end{cases} \Rightarrow \frac{m}{M(Cd)} = x \Rightarrow m = M(Cd) \cdot x \Leftrightarrow m = \frac{I \cdot \Delta t \cdot M(Cd)}{2F}$$

$$m = \frac{2,50 \times 30 \times 60 \times 112,4}{2 \times 9,65 \cdot 10^4} \Leftrightarrow m = 2,62 \text{ g}$$

3-Calcul de l'épaisseur e :

$$\begin{cases} m' = \rho \cdot V \\ V = L \cdot \ell \cdot e \end{cases} \Rightarrow m' = \rho \cdot L \cdot \ell \cdot e$$

$$m' = \frac{m}{2} \Rightarrow m = 2m' \Rightarrow m = 2\rho \cdot L \cdot \ell \cdot e$$

$$e = \frac{m}{2\rho \cdot L \cdot \ell} \xrightarrow{A.N} e = \frac{2,62 \text{ g}}{2 \times 8,7 \text{ g.cm}^{-3} \times 10 \text{ cm} \times 5 \text{ cm}} = 1,67 \cdot 10^{-3} \text{ cm}$$

$$e = 16,7 \cdot 10^{-6} \text{ m} \Leftrightarrow e = 16,7 \text{ } \mu\text{m}$$

PHYSIQUE

Exercice 2 : Propagation d'une onde mécanique (2points)

1-Le nombre d'affirmations juste : 0

Aucune affirmation n'est vraie.

2-Détermination de la vitesse de propagation :

La période T est calculée à partir de la figure 2 : $T = 4s$

La longueur d'onde: $\lambda = d = 20 m$

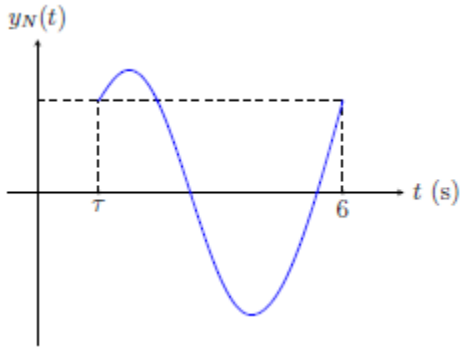
$$v = \frac{\lambda}{T} \xrightarrow{A.N:} v = \frac{20}{4} \Leftrightarrow v = 5 m.s^{-1}$$

3- Représentation de l'allure de l'élongation $y_N(t)$:

$$y_N(t) = y_M(t - \tau)$$

Le point N reprend le même mouvement de point M avec un retard temporel $\tau = \frac{MN}{v} \Rightarrow$

$$\tau = \frac{10}{5} = 2s$$



4-Détermination de l'angle α l'angle qui délimite la zone touchée par le phénomène :

On a : $\alpha = 2\theta$ avec l'écart angulaire $\theta = \frac{\lambda}{a} = \frac{d}{a}$

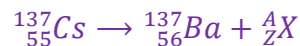
$$\alpha = 2 \frac{d}{a} \xrightarrow{A.N} \alpha = 2 \times \frac{20}{20} \Rightarrow \alpha = 2 rad$$

Exercice 3 : Radioactivité du Césium 137 (1,5 points)

1-Le nombre d'affirmations juste : 1

a-Tous les noyaux radioactifs sont instables. Vrai

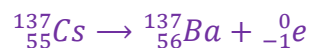
2-L'équation de désintégration du Césium 137 :



Lois de conservations :

$$\begin{cases} 137 = 137 + A \\ 55 = 56 + Z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 0 \\ Z = -1 \end{cases} \Leftrightarrow {}^A_Z\text{X} = {}^0_{-1}e$$

Le type de cette intégration est β^- , et l'équation de désintégration est :



3-1- Calcul de $|\Delta E|$ libérée par l'ensemble des noyaux :

Soit E_{lib} l'énergie libérée par un seul noyau tel que :

$$|\Delta E| = N \cdot E_{lib}$$

$$a = \lambda \cdot N \Rightarrow a = \frac{\ln 2}{t_{1/2}} \cdot N \Rightarrow N = \frac{a \cdot t_{1/2}}{\ln 2}$$

$$|\Delta E| = \frac{a \cdot t_{1/2}}{\ln 2} \cdot E_{lib}$$

$$E_{lib} = |m(^{137}_{56}\text{Ba}) + m(^0_{-1}\text{e}) - m(^{137}_{55}\text{Cs})|.c^2$$

$$E_{lib} = |136,87511 + 0,00055 - 136,87692| \times 931,5 \text{ MeV} . c^{-2} . c^2$$

$$E_{lib} = 1,17369 \text{ MeV}$$

$$|\Delta E| = \frac{200 \times 30 \times 365,25 \times 24 \times 3600}{\ln 2} \times 1,17369 \approx 3,21.10^{11} \text{ MeV}$$

3-2- Détermination de l'instant t :

On a : $500 \text{ Bq/kg} = \frac{a}{m} \Rightarrow a = 500 \text{ Bq/kg} \times m \Rightarrow a = 500 \text{ Bq/kg} \times 0,2 = 100 \text{ Bq}$

$$a = a_0 . e^{-\lambda . t_1} \Rightarrow e^{-\lambda . t_1} = \frac{a}{a_0} \Rightarrow e^{\lambda . t_1} = \frac{a_0}{a} \Rightarrow \lambda . t_1 = \ln(a_0/a) \Rightarrow t_1 = \frac{\ln(a_0/a)}{\ln(2)} . t_{1/2}$$

$$t_1 = \frac{\ln(200/100)}{\ln(2)} . 30 \Leftrightarrow t_1 = 30 \text{ ans}$$

On remarque que : $a = \frac{a_0}{2}$ donc $t_1 = t_{1/2} = 30 \text{ ans}$ d'après la définition de demi-vie.

Exercice 4 : Electricité

Expérience 1 : décharge d'un condensateur

1-1-L'équation différentielle vérifiée par $u_C(t)$:

Loi d'addition des tensions : $u_R + u_C = E \Leftrightarrow R_1 . i + u_C = 0$

$$i = \frac{dq}{dt} = C \frac{du_C}{dt}$$

$$R_1 . C \frac{du_C}{dt} + u_C = 0$$

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{R_1 . C} u_C = 0$$

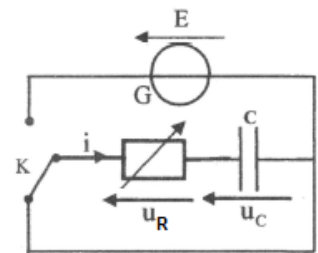


Figure 1

1-2-Détermination des constantes k et τ :

$$u_C(t) = k . e^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow \frac{du_C}{dt} = -\frac{k}{\tau} . e^{-\frac{t}{\tau}}$$

On remplace dans l'équation différentielle $\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{R_1 . C} u_C = 0$ on a :

$$-\frac{k}{\tau} . e^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{1}{R_1 . C} . k . e^{-\frac{t}{\tau}} = 0 \Leftrightarrow k . e^{-\frac{t}{\tau}} \left(\frac{1}{R_1 . C} - \frac{1}{\tau} \right) = 0 \Rightarrow \frac{1}{R_1 . C} - \frac{1}{\tau} = 0$$

$$\tau = R_1 . C$$

D'après les conditions initiales à $t=0$ on a : $u_C(0) = E$

$$\begin{cases} u_C(0) = E \\ u_C(t) = k . e^0 \end{cases} \Leftrightarrow k = E$$

La solution de l'équation différentielle s'écrit : $u_C(t) = E . e^{-\frac{t}{\tau}}$

1-3-Montrons que $t = \frac{\tau}{2}$:

$$E_e = \frac{1}{2} C \cdot u_c^2 = \frac{1}{2} C \cdot \left(E \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} \right)^2 = \frac{1}{2} C \cdot E^2 \cdot e^{-\frac{2t}{\tau}}$$

$$\frac{dE_e}{dt} = \frac{1}{2} C \cdot E^2 \left(-\frac{2}{\tau} \right) \cdot e^{-\frac{2t}{\tau}} = -\frac{C \cdot E^2}{\tau} \cdot e^{-\frac{2t}{\tau}}$$

Equation de la tangente de la fonction $E_e(t)$ à $t=0$:

$$y = \left. \frac{dE_e}{dt} \right|_{t=0} (t - 0) + E_e(0)$$

$$y = -\frac{C \cdot E^2}{\tau} \cdot e^{-0} \cdot t + \frac{1}{2} C \cdot E^2 \cdot e^0 \Rightarrow y = \frac{1}{2} C \cdot E^2 \left(1 - \frac{2}{\tau} \cdot t \right)$$

La tangente coupe l'axe des abscisses : $y = 0 \Rightarrow 1 - \frac{2}{\tau} \cdot t = 0 \Rightarrow \frac{2}{\tau} \cdot t = 1$

$$t = \frac{\tau}{2}$$

1-4-La valeur de C et de E :

On a : $\tau = R_1 \cdot C$ avec $t = \frac{\tau}{2}$

$$R_1 \cdot C = 2t \Rightarrow C = \frac{2t}{R_1}$$

D'après la figure 2 : $t = 0,5 \text{ ms} \xrightarrow{A.N} C = \frac{2 \times 0,5 \cdot 10^{-3}}{100} = 10^{-5} \text{ F}$

$$C = 10 \mu\text{F}$$

$$E_e(0) = \frac{1}{2} C \cdot E^2 \cdot e^0 = \frac{1}{2} C \cdot E^2 \Rightarrow E = \sqrt{\frac{2E_e(0)}{C}}$$

D'après la figure 2 : $E_e(0) = 180 \mu\text{J} \xrightarrow{A.N} E = \sqrt{\frac{2 \times 180 \cdot 10^{-6}}{10 \cdot 10^{-6}}} = 6 \text{ V}$

1-5- L'énergie dissipée par effet joule :

$$|E_j| = |E_e(0,9\tau) - E_e(0)| = E_e(0) - E_e(0,9\tau)$$

$$|E_j| = \frac{1}{2} C \cdot E^2 - \frac{1}{2} C \cdot E^2 \cdot e^{-\frac{2 \times 0,9\tau}{\tau}} = \frac{1}{2} C \cdot E^2 (1 - e^{-1,8})$$

$$|E_j| = \frac{1}{2} \times 10 \times 6^2 \times (1 - e^{-1,8}) \Leftrightarrow |E_j| = 150,25 \mu\text{J}$$

2-Expérience 2 : Oscillations forcées dans un circuit RLC

2-1-Schéma du montage qui permet de visualiser $u(t)$ et $u_{R_2}(t)$:

2-2-a-Détermination de la fréquence N :

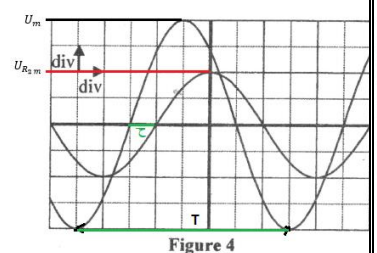
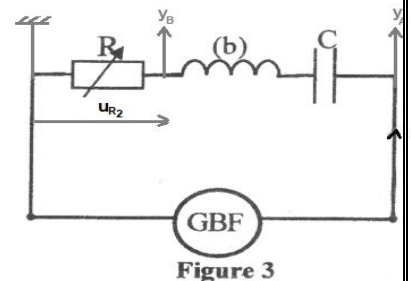
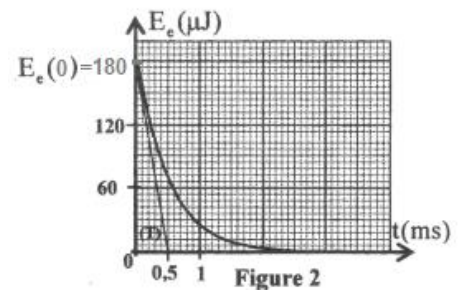
$$T = 0,5 \text{ ms} \cdot \text{div}^{-1} \times 8 \text{ div} = 4 \text{ ms}$$

$$N = \frac{1}{T} \xrightarrow{A.N} N = \frac{1}{4 \cdot 10^{-3}} = 250 \text{ Hz}$$

2-2-b-Détermination de l'impédance Z :

$$\begin{cases} U_m = Z \cdot I_m \\ U_{R_2 m} = R_2 \cdot I_m \end{cases} \Rightarrow \frac{Z \cdot I_m}{R_2 \cdot I_m} = \frac{U_m}{U_{R_2 m}} \Leftrightarrow Z = \frac{U_m}{U_{R_2 m}} \cdot R_2$$

$$\begin{cases} U_m = 2 \text{ V} \cdot \text{div}^{-1} \times 4 \text{ div} = 8 \text{ V} \\ U_{R_2 m} = 2 \text{ V} \cdot \text{div}^{-1} \times 2 \text{ div} = 4 \text{ V} \end{cases} \xrightarrow{A.N} Z = \frac{8}{4} \times 20 \Leftrightarrow Z = 40 \Omega$$



2-2-c-Détermination de $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$:

On a : $u(t)$ est en avance de phase par rapport à $u_{R_2}(t)$, donc le déphasage $\Delta\varphi < 0$.

$$\Delta\varphi = -\frac{2\pi \cdot \tau}{T}$$

$$\tau = T = 0,5 \text{ ms} \cdot \text{div}^{-1} \times 1 \text{ div} = 0,5 \text{ ms}$$

$$\Delta\varphi = -\frac{2\pi \times 0,5 \text{ ms}}{4 \text{ ms}} = -\frac{\pi}{4}$$

2-3-La puissance électrique moyenne consommée :

$$\begin{cases} P_{\text{moy}} = U \cdot I \cdot \cos\varphi \\ U = Z \cdot I \end{cases} \Leftrightarrow \frac{P_{\text{moy}}}{U} = \frac{U \cdot I \cdot \cos\varphi}{Z \cdot I} \Rightarrow P_{\text{moy}} = \frac{U^2}{Z} \cdot \cos\varphi \xrightarrow{\text{A.N}} P_{\text{moy}} = \frac{U^2}{Z} \cdot \cos\varphi$$

$$P_{\text{moy}} = U \cdot I \cdot \cos\varphi = \frac{U_m}{\sqrt{2}} \cdot \frac{I_m}{\sqrt{2}} \cos\varphi = \frac{U_m \cdot I_m}{2} \cdot \cos\varphi$$

$$U_{R_2 m} = R_2 \cdot I_m \Rightarrow I_m = \frac{U_{R_2 m}}{R_2}$$

$$P_{\text{moy}} = \frac{U_m \cdot U_{R_2 m}}{2R_2} \cdot \cos\varphi \xrightarrow{\text{A.N}} P_{\text{moy}} = \frac{8 \times 4}{2 \times 20} \cos\left(-\frac{\pi}{4}\right) = 0,566 \text{ W}$$

Expérience 3 : Démodulation d'amplitude d'une onde

3-1-Explication du rôle de constituant :

Éliminer l'onde porteuse afin d'obtenir le signal modulant décalé.

3-2-La valeur de C :

Pour avoir une bonne détection d'enveloppe de la tension modulante il faut :

$$T_P \ll \tau = R_2 \cdot C < T_S \Leftrightarrow \frac{1}{N_P} \ll R_2 \cdot C < \frac{1}{N_S}$$

$$T_P = \frac{1}{N_P} = \frac{1}{160 \times 10^3} = 6,25 \cdot 10^{-6} \text{ F} = 6,25 \mu\text{s}$$

$$T_S = \frac{1}{N_S} = \frac{1}{10 \times 10^3} = 10^{-4} \text{ F} = 100 \mu\text{s}$$

$$\tau = R_2 \cdot C = 2000 \times 10 \cdot 10^{-6} = 2 \cdot 10^{-2} = 20000 \mu\text{s}$$

On remarque que : $\tau > T_S$ les valeurs de C et R_2 ne jouent pas le bon rôle.

Exercice 5 : Mécanique

Partie I : Mouvement d'un jouet sur une gouttière

1-Tronçon AB :

1-1- Calcul de la durée t_{AB} :

Le solide (S) est soumis à deux forces $\vec{P}$ son poids et $\vec{R}$ la réaction (frottements négligeables).

Application de la deuxième loi de Newton : $\sum \vec{F}_{\text{ex}} = m \cdot \vec{a}_G \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{R} = m \cdot \vec{a}_G$

Projection sur l'axe Ox :

$$P_x + R_x = m \cdot a_x$$

$$m \cdot g \sin\alpha + 0 = m \cdot a$$

$$a_1 = g \sin \alpha$$

Le mouvement de G est rectiligne uniformément accélérée, l'équation horaire s'écrit :

$$x(t) = \frac{1}{2} a_1 \cdot t^2 + \underbrace{v_0}_{=0} \cdot t + \underbrace{x_0}_{=0} \Rightarrow x = \frac{1}{2} g \cdot \sin \alpha \cdot t^2$$

Au point B on a :

$$AB = \frac{1}{2} g \cdot \sin \alpha \cdot t_B^2$$

$$t_B = \sqrt{\frac{2AB}{g \cdot \sin \alpha}} \xrightarrow{A.N} t_B = \sqrt{\frac{2 \times 1,6}{10 \times \sin(30^\circ)}} = 0,8 \text{ s}$$

1-2- La valeur de la vitesse v_B :

$$v = \frac{dx}{dt} = g \cdot \sin \alpha \cdot t$$

Au point B, on a : $v_B = g \cdot \sin \alpha \cdot t_B \xrightarrow{A.N} v_B = 10 \times \sin(30^\circ) \times 0,8 = 4 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$

2-tronçon BC :

L'intensité de $\vec{f}$:

Application de la deuxième loi de Newton : $\vec{P} + \vec{R} = m \cdot \vec{a}_G \Leftrightarrow \vec{P} + \vec{f} + \vec{R}_N = m \cdot \vec{a}_G$

Projection sur l'axe Ox :

$$P_x + f_x + R_{Nx} = m \cdot a_x$$

$$-f = m \cdot a_2 \Rightarrow a_2 = -\frac{f}{m}$$

Le mouvement de G est rectiligne uniformément accélérée, l'équation de la vitesse s'écrit :

$$v = a_1 \cdot t + \underbrace{v_0}_{=v_B}$$

Au point C, on a : $v_C = 0$, l'équation de la vitesse s'écrit : $v_C = a_2 \cdot t_C + v_B$

$$0 = -\frac{f}{m} \cdot t_C + v_B \Rightarrow \frac{f}{m} \cdot t_C = v_B$$

$$f = \frac{m \cdot v_B}{t_C} \xrightarrow{A.N} f = \frac{50 \cdot 10^{-3} \times 4}{0,5} \Rightarrow f = 0,4 \text{ N}$$

3-Tronçon CD :

3-1-1- L'expression de $\vec{R}$:

Application de la deuxième loi de Newton : $\vec{P} + \vec{R} = m \cdot \vec{a}_G$

Projection sur l'axe de Freinet ($M, \vec{n}$) :

$$P_n + R_n = m \cdot a_n \Rightarrow m \cdot g \cos \theta - R = m \cdot \frac{v^2}{r} \Leftrightarrow R = m \cdot g \cos \theta - m \cdot \frac{v^2}{r}$$

$$R = m \left(g \cdot \cos \theta - \frac{v^2}{r} \right)$$

$$\frac{v^2}{r} = \frac{(r \cdot \dot{\theta})^2}{r} = r \cdot \dot{\theta}^2$$

$$R = m(g \cdot \cos \theta - r \cdot \dot{\theta}^2)$$

3-1-2- L'expression de l'accélération angulaire $\ddot{\theta}$:

Projection sur l'axe de Freinet $(M, \vec{u})$:

$$P_t + R_t = m \cdot a_t \Rightarrow m \cdot g \cdot \sin\theta + 0 = m \cdot \frac{dv}{dt} \Leftrightarrow g \cdot \sin\theta = \frac{d(r\dot{\theta})}{dt}$$
$$g \cdot \sin\theta = r \cdot \frac{d\dot{\theta}}{dt} \Leftrightarrow g \cdot \sin\theta = r \cdot \ddot{\theta} \Leftrightarrow \ddot{\theta} = \frac{g \cdot \sin\theta}{r}$$

3-2- Dédution de l'expression de R en fonction de m , g et θ :

On a : $\dot{\theta} = \sqrt{\frac{2g}{r}(1 - \cos\theta)}$ L'expression de R s'écrit :

$$R = m \left[g \cdot \cos\theta - r \cdot \left(\sqrt{\frac{2g}{r}(1 - \cos\theta)} \right)^2 \right] = m \left[g \cdot \cos\theta - r \cdot \frac{2g}{r}(1 - \cos\theta) \right]$$
$$R = m(g \cdot \cos\theta - 2g + 2g \cos\theta) \Leftrightarrow R = mg(3\cos\theta - 2)$$

3-3- La valeur de θ pour la quelle (S) quitte la gouttière :

Quand le corps (S) quitte la gouttière, on a : $R = 0$

$$mg(3\cos\theta - 2) = 0$$
$$3\cos\theta - 2 = 0 \Leftrightarrow \cos\theta = \frac{2}{3} \Leftrightarrow \theta = \cos^{-1}\left(\frac{2}{3}\right) \Leftrightarrow \theta = 48,2^\circ$$

Partie II : Mise en orbite d'un satellite géostationnaire autour de la Terre

1-Phase de décollage de la navette spatiale

Distance parcourue par la navette jusqu'à l'instant t_1 :

Application de la deuxième loi de Newton : $\vec{P} + \vec{F} = M \cdot \vec{a}$

Projection sur l'axe Oz :

$$P_z + F_z = M \cdot a \Leftrightarrow F - P = M \cdot a \Leftrightarrow a = \frac{F - M \cdot g_0}{M} \Leftrightarrow a = \frac{F}{M} - g_0$$

Mouvement rectiligne uniformément variée, son équation horaire :

$$z(t) = \frac{1}{2} a \cdot t^2 + \underbrace{v_0}_{=0} \cdot t + \underbrace{z_0}_{=0} \Rightarrow z(t) = \frac{1}{2} \left(\frac{F}{M} - g_0 \right) t^2$$
$$d = z(t_1) = \frac{1}{2} \left(\frac{F}{M} - g_0 \right) t_1^2 \xrightarrow{A.N} d = \frac{1}{2} \times \left(\frac{1,16 \cdot 10^7}{7,3 \cdot 10^5} - 9,8 \right) \times 6^2 \Leftrightarrow d = 109,63 \text{ m}$$

2-Phase de la mise en orbite basse de satellite

2-1-L'expression de la vitesse v_s du satellite :

Application de la deuxième loi de Newton : $\vec{F}_{T/S} = M \cdot \vec{a}$

Projection sur l'axe $(S, \vec{n})$:

$$F_{T/S} = M \cdot a_n$$
$$F_{T/S} = G \cdot \frac{M_T \cdot M}{d_1^2} \text{ et } a_n = \frac{v_s^2}{d_1}$$

$$G \cdot \frac{M_T \cdot M}{d_1^2} = M \cdot \frac{v_s^2}{d_1} \Leftrightarrow v_s^2 = \frac{G \cdot M_T}{d_1} \Leftrightarrow v_s = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{d_1}}$$

- Calcul de v_s :

$$v_s = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \times 6,0 \cdot 10^{24}}{6580 \cdot 10^3}} = 7798,76 \text{ m.s}^{-1}$$

2-2-La durée T_s :

On a : $v_s = r \cdot \omega$ Avec : $r = d_1$ et $\omega = \frac{2\pi}{T_s}$

$$v_s = d_1 \cdot \frac{2\pi}{T_s} \Leftrightarrow T_s = \frac{2\pi d_1}{v_s} \Leftrightarrow T_s = 2\pi d_1 \cdot \sqrt{\frac{d_1}{G \cdot M_T}} \Leftrightarrow T_s = 2\pi \cdot \sqrt{\frac{d_1^3}{G \cdot M_T}}$$

$$T_s^2 = 4\pi^2 \cdot \frac{d_1^3}{G \cdot M_T} \Leftrightarrow \frac{T_s^2}{d_1^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_T} = \text{Cte}$$

D'où la troisième loi de Kepler.

3- Phase de transfert du satellite géostationnaire

3-1- Le point où la vitesse est minimale :

Selon la loi des aires, l'aire balayée par le segment qui lie le centre de gravité de la Terre et le satellite de passage de A $\rightarrow$ A' et de B $\rightarrow$ B' dans la même durée sont égaux : $AA' > BB'$ donc : $v_A > v_B$.

La vitesse est minimale au voisinage de B.

3-2-1- Montrons l'expression de h :

D'après la 3^{ème} loi de Kepler :

$$\frac{T^2}{(R_T + h)^3} = \frac{4\pi^2}{G \cdot M_T} \Leftrightarrow \frac{(R_T + h)^3}{T^2} = \frac{G \cdot M_T}{4\pi^2} \Leftrightarrow (R_T + h)^3 = \frac{G \cdot M_T}{4\pi^2} \cdot T^2$$

$$R_T + h = \sqrt[3]{\frac{T^2 \cdot G \cdot M_T}{4\pi^2}} \Leftrightarrow h = \sqrt[3]{\frac{T^2 \cdot G \cdot M_T}{4\pi^2}} - R_T$$

3-2-2- Calcul de vitesse du satellite géostationnaire :

D'après la question 2-1- on a : $v_s = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{d_1}}$ avec $d_1 = R_T + h$

$$v = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{R_T + h}} = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{R_T + \sqrt[3]{\frac{T^2 \cdot G \cdot M_T}{4\pi^2}} - R_T}} = \sqrt{\frac{G \cdot M_T}{\sqrt[3]{\frac{T^2 \cdot G \cdot M_T}{4\pi^2}}}}$$

$$v = \sqrt{\left(\frac{4\pi^2 \cdot G^3 \cdot M_T^3}{T^2 \cdot G \cdot M_T}\right)^{\frac{1}{3}}} = \sqrt{\left[\left(\frac{2\pi G \cdot M_T}{T}\right)^2\right]^{\frac{1}{3}}}$$

$$v = \sqrt[3]{\frac{2\pi G \cdot M_T}{T}}$$

$$v = \sqrt[3]{\frac{2\pi \times 6,67 \cdot 10^{-11} \times 6,0 \cdot 10^{24}}{23,9345 \times 3600}} \Leftrightarrow v = 3078,77 \text{ m.s}^{-1}$$