- Chimie -

Partie I :

1- Détermination du pK_A du couple $HCOOH / HCOO^-$ par dosage :

1-1- Equation chimique de la réaction du dosage : $HCOOH_{(aq)} + HO^-_{(aq)} \rightarrow HCOO^-_{(aq)} + H_2O_{(\ell)}$

1-2- * Détermination graphique du volume V_{BE} versé à l'équivalence : V_{BE} = 20mL.

*** Calcul de la concentration C** : On applique la relation à l'équivalence :

$$C.V_A = C_B.V_{BE} \Rightarrow C = C_B.\frac{V_{BE}}{V_A} \quad \text{A.N : } C = 0{,}1.\frac{20}{50} = 0{,}04 mo\ell.L^{-1}$$

1-3- Vérification de p = 80% :

- Expression de p :

$$p = \frac{m_{acide}}{m_{solution}} = \frac{n_{ac}.M(HCOOH)}{\rho_{sol}.V} = \frac{n_{ac}}{V}.\frac{M(HCOOH)}{d.\rho_{eau}} \Rightarrow p = C_0.\frac{M(HCOOH)}{d.\rho_{eau}}$$

Or d'après la relation de dilution : $C_0.V_0 = C.V_s \Rightarrow C_0 = C.\frac{V_s}{V_0}$

Finalement : $p = C\frac{V_s}{V_0}.\frac{M(HCOOH)}{d.\rho_{eau}}$ A.N : $C = 0{,}04 \times \frac{1000}{2} \times \frac{46}{1{,}15 \times 1000} = 0{,}8 = 80\%$

1-4- * Détermination de l'espèce prédominante :

- Lorsque V_B =16mL alors pH = 4,4.
- Dressons le tableau d'avancement :

Equation de la réaction		$HCOOH_{(\ell)} + HO^-_{(aq)} \rightarrow HCOO^-_{(aq)} + H_2O_{(\ell)}$			
Etat du système	Avancement x(mol)	Quantités de matière (mol)			
Etat initial	0	$C.V_A$	$C_B.V_B$	0	0
Etat intermédiaire	x	$C.V_A - x$	$C_B.V_B - x$	x	x
Etat équivalence	x_E	$C.V_A - x_E$	$C_B.V_B - x_E$	$x = x_E$	$x = x_E$

En se servant de ce tableau ; on obtient pour $x < x_E$:

$$*[HO^-] = \frac{C_B.V_B - x}{V} \Rightarrow x = C_B.V_B - [HO^-]V = C_B.V_B - \frac{Ke}{10^{-pH}}.(V_A + V_B)$$

$$A.N : x = 0{,}1 \times 16.10^{-3} - \frac{10^{-14}}{10^{-4{,}4}} \times (50+16).10^{-3} \approx 1{,}6.10^{-3} mo\ell$$

$$*[HCOO^-] = \frac{x}{V} = \frac{1{,}6.10^{-3}}{(50+16).10^{-3}} \approx 2{,}42.10^{-2} mo\ell.L^{-1}$$

$$*[HCOOH] = \frac{C.V_A - x}{V} = \frac{0{,}04 \times 50.10^{-3} - 1{,}6.10^{-3}}{(50+16).10^{-3}} \approx 6.10^{-3} mo\ell.L^{-1}$$

On remarque que $[HCOO^-] \succ [HCOOH]$, donc l'espèce prédominante est $HCOO^-$.

*** Déduction du pK_A du couple $HCOOH / HCOO^-$:**

$$pK_A = -Log(K_A) = -Log(\frac{[H_3O^+] \times [HCOO^-]}{[HCOOH]})$$

$$A.N : pK_A = -Log(\frac{10^{-4,4} \times 2,42.10^{-2}}{6.10^{-3}}) = -Log(1,61.10^{-4}) \approx \underline{3,8}$$

2- Détermination du pK_A du couple $HCOOH / HCOO^-$ par conductivité :

2-1- Equation chimique de la réaction entre $HCOOH$ et l'eau :

$$HCOOH_{(aq)} + H_2O_{(\ell)} \rightleftarrows HCOO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$$

2-2- Expression de l'avancement final x_f :

Equation de la réaction		$HCOOH_{(\ell)} + H_2O_{(\ell)} \rightleftarrows HCOO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$			
Etat du système	Avancement x(mol)	Quantités de matière (mol)			
Etat initial	0	$C.V_1$	en excès	0	0
Etat intermédiaire	x	$C.V_1 - x$	en excès	x	x
Etat final	x_f	$C.V_1 - x_f$	en excès	x_f	x_f

- Expression de la conductivité de la solution (S) : $\sigma = \lambda_{H_3O^+} \times [H_3O^+] + \lambda_{HCOO^-} \times [HCOO^-]$ (1)

- En se servant du tableau : $[H_3O^+] = [HCOO^-] = \frac{x_f}{V_1}$ (2)

- (1) et (2) donnent : $\sigma = (\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{HCOO^-}).\frac{x_f}{V_1}$ qui conduit à : $\underline{x_f = \frac{\sigma.V_1}{\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{HCOO^-}}}$

2-3- Taux d'avancement final τ :

$$\tau = \frac{x_f}{x_m} = \frac{\frac{\sigma.V_1}{\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{HCOO^-}}}{C.V_1} \Rightarrow \underline{\tau = \frac{\sigma}{(\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{HCOO^-}).C}}$$

$$A.N : \tau = \frac{0,1}{(3,50.10^{-2} + 5,46.10^{-3}) \times 0,04.10^3} \approx \underline{0,062 = 6,2\%}$$

2-4- Expression du pK_A du couple $HCOOH / HCOO^-$:

$$pK_A = -Log(K_A) = -Log(\frac{[H_3O^+] \times [HCOO^-]}{[HCOOH]})$$

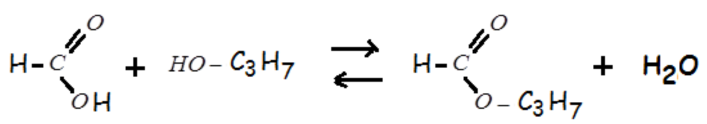
avec $[HCOO^-] = [H_3O^+] = \tau.C$ et $[HCOOH] = C - [H_3O^+] = C.(1-\tau)$

$$\underline{pK_A = -Log(\frac{\tau^2.C}{1-\tau})} \quad A.N : pK_A = -Log(\frac{0,062^2 \times 0,04}{1-0,062}) \approx \underline{3,79}$$

Partie II :

1- La proposition juste est : b) Le temps de demi-réaction diminue en utilisant un catalyseur.

2- * Equation chimique de la réaction entre l'acide méthanoïque et le propan-1-ol :



* Le composé organique formé est : méthanoate de propyle.

3- L'état d'équilibre n'est pas encore atteint à t_1:

- A t_1, la quantité de matière d'acide restante est n_r(acide) = m/M = 6,9/46 = 0,15mol.

Equation de la réaction		acide + alcool $\rightleftarrows$ ester + eau			
Etat du système	Avancement x(mol)	Quantités de matière (mol)			
Etat initial	0	$n_1 = 0{,}2$	$n_2 = 0{,}2$	0	0
Etat intermédiaire	X_1 à t_1	$0{,}2 - x_1$	$0{,}2 - x_1$	x_1	x_1
Etat final	X_f	$0{,}2 - x_f$	$0{,}2 - x_f$	x_f	x_f

- D'après ce tableau : $n_r(acide) = 0{,}2 - x_1 = 0{,}15 \Rightarrow x_1 = 0{,}05mol$
- On a aussi $x_{max} = 0{,}2mol$ et $x_f = \tau . x_{max} = 0{,}67 \times 0{,}2 = 0{,}134mol$
- On remarque que $x_1 = 0{,}05mol < x_f = 0{,}134mol$
- On conclue que l'état d'équilibre n'est pas encore atteint à t_1.

- Physique -

LES ONDES :

1- Diffraction d'une lumière monochromatique :

1-1- La proposition juste est : c) $\nu = \frac{c}{\lambda} = \frac{3.10^8}{633.10^{-9}} \approx 4{,}739.10^{14}\,Hz.$

1-2- Expression de la largeur a :

- D'après la figure1 ; on a : $\theta \approx \tan(\theta) = \frac{\ell/2}{D} = \frac{\ell}{2.D}$ et $\theta = \frac{\lambda}{a}$

- On en déduit que : $a = \frac{2.\lambda.D}{\ell}$ A.N : $a = \frac{2 \times 633.10^{-9} \times 1{,}5}{3{,}4.10^{-2}} \approx 558.10^{-7}m = 55{,}8\mu m$

1-3- * Ecart angulaire : $\theta = \frac{\lambda}{a} = \frac{0{,}633}{55{,}8} = 1{,}13.10^{-2}rad$

* Largeur de la tache centrale :

$$\theta \approx \tan(\theta) = \frac{\ell'}{2D} \Rightarrow \ell' = 2.D.\theta \quad A.N : \ell' = 2 \times 3 \times 1{,}13.10^{-2} = 0{,}068m = 6{,}8cm$$

2- Etude de la radiation émise par le laser :

2-1- Calcul de l'énergie du photon :

$$E = h.\nu \quad A.N : \quad E = \frac{6{,}63.10^{-34} \times 4{,}739.10^{14}}{1{,}6022.10^{-19}} \approx 1{,}96eV$$

2-2- Détermination des niveaux d'énergie En et Ep :

$E_n - E_p = 1{,}96eV \Rightarrow E_n = E_p + 1{,}96eV$

$Si\ p = 1 :\ E_1 = 18{,}37eV\ alors\ E_n = E_1 + 1{,}96eV = 18{,}37 + 1{,}96 = 20{,}33eV\ (n'est\ pas\ un\ niveau\ d'énergie)$

$Si\ \ p=2:E_2=18{,}70eV\ \ alors\ \ E_n=E_2+1{,}96eV=18{,}70+1{,}96=20{,}66eV=E_6\ \ (c'est\ le\ niveau\ d'énergie\ 6)$

L'émission de la radiation rouge émise par le laser est due au passage de l'atome du Néon Ne du niveau d'énergie E_6 = 20,66eV au niveau d'énergie E_2 = 18,70eV.

L'ELECTRICITE :

1- Charge d'un condensateur et sa décharge dans un conducteur ohmique :

1-1- Montrons que C = 20nF :

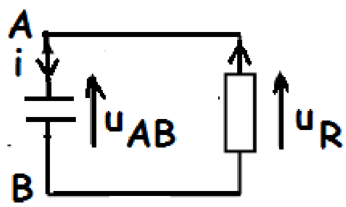
- On sait que la charge q du condensateur est liée à la tension u_{AB} entre ses bornes A et B par la relation : $q=C.u_{AB}$
- D'après la figure2, q est une fonction linéaire du temps et C représente le coefficient directeur de la droite :

$$C=\frac{\Delta q}{\Delta u_{AB}}=\frac{0{,}02.10^{-6}}{1}=\underline{2.10^{-8}F=20nF}$$

1-2- Durée Δt nécessaire pour que u_{AB} = 6V c.à.d q = 0,12μC (figure2):

On $q(t)=I_0.\Delta t\ \Rightarrow\ \underline{\Delta t=\frac{q(t)}{I_0}}\ \ A.N:\Delta t=\frac{0{,}12.10^{-6}}{0{,}1.10^{-6}}=\underline{1{,}2s}$

1-3-1- Equation différentielle vérifiée par la tension u_{AB}(t) :



D'après la figure ci-contre : $u_{AB}=u_R$

En respectant les conventions : $u_{AB}=\frac{q}{C}\ \ et\ \ u_R=-R.i\ \ avec\ \ i=\frac{dq}{dt}$

Alors : $\frac{du_{AB}}{dt}=\frac{1}{C}.\frac{dq}{dt}=\frac{1}{C}.i=\frac{1}{C}.(-\frac{u_{AB}}{R})\Rightarrow\underline{\frac{du_{AB}}{dt}+\frac{1}{RC}.u_{AB}=0}$

1-3-2- Recherche de U_0 et de R :

- La solution est de la forme : $u_{AB}(t)=U_0.e^{-\alpha.t}$
- On aura : $\ln(u_{AB})=\ln U_0-\alpha.t$
- D'après la figure3 ; $\ln U_0=2{,}5\Rightarrow U_0=e^{2{,}5}\underline{=12{,}2V}$
- (- α) représente le coefficient directeur de la droite de la figure3 :

$$\alpha=-\frac{\Delta\ln(u_{AB})}{\Delta t}=-\frac{2{,}5-0}{0-5.10^{-5}}=5.10^4\,s^{-1}$$

- $u_{AB}(t)=U_0.e^{-\alpha.t}\Rightarrow\frac{du_{AB}}{dt}=-\alpha.u_{AB}\Rightarrow\frac{du_{AB}}{dt}+\alpha.u_{AB}=0$
- En identifiant cette dernière équation avec l'équation différentielle ; on déduit que :

$$\alpha=\frac{1}{RC}\quad donc\quad \underline{R=\frac{1}{\alpha.C}}\qquad A.N:R=\frac{1}{5.10^4\times20.10^{-9}}\underline{\approx10^3\Omega}$$

1-3-3- Détermination de la date t1 :

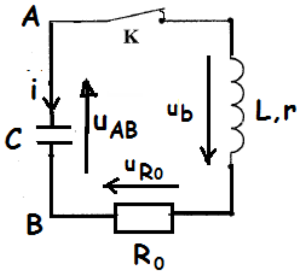
$$Ee(t_1)=0{,}37Ee(0)\Rightarrow\frac{1}{2}.C.u_{AB}^2(t_1)=0{,}37\times\frac{1}{2}.C.u_{AB}^2(0)$$

$$\Rightarrow u_{AB}^2(t_1)=0{,}37\times U_0^2\Rightarrow U_0^2.e^{-2\alpha t_1}=0{,}37.U_0^2\Rightarrow \underline{t_1=\frac{\ln(0{,}37)}{-2.\alpha}}$$

$$A.N : t_1 = \frac{\ln(0,37)}{-2\times 5.10^4} = \underline{9,94.10^{-6} s} \approx \underline{10 \mu s}$$

2- Décharge du condensateur dans une bobine :

2-1- Equation différentielle vérifiée par la tension $u_{R0}(t)$:



- D'après la loi d'additivité des tensions entre A et B : $-u_{AB} = u_{R_0} + u_b$
- En respectant les conventions :

$$u_{AB} = \frac{q}{C} \; ; \; u_{R_0} = R_0.i \;\; et \;\; u_b = r.i + L.\frac{di}{dt} \quad \text{avec} \;\; i = \frac{dq}{dt} = \frac{u_{R_0}}{R_0}$$

Alors : $-\frac{q}{C} = u_{R_0} + r.i + L.\frac{di}{dt} \Rightarrow L.\frac{di}{dt} + u_{R_0} + r.i + \frac{q}{C} = 0$

$$L.\frac{d^2 i}{dt^2} + \frac{du_{R_0}}{dt} + r.\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\frac{dq}{dt} = 0 \Rightarrow \underline{\frac{L}{R_0}.\frac{d^2u_{R_0}}{dt^2} + (1+\frac{r}{R_0}).\frac{du_{R_0}}{dt} + \frac{1}{R_0.C}.u_{R_0} = 0}$$

2-2-1- Détermination de la valeur de r :

Lorsqu'on insère le générateur en série pour entretenir les oscillations électriques ; alors l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_{R0}(t)$ devient :

$$\frac{L}{R_0}.\frac{d^2u_{R_0}}{dt^2} + (1+\frac{r}{R_0} - \frac{K}{R_0}).\frac{du_{R_0}}{dt} + \frac{1}{R_0.C}.u_{R_0} = 0$$

La tension $u_{R0}(t)$ est sinusoïdale, cela impose $(1+\frac{r}{R_0} - \frac{K}{R_0}) = 0 \;\Rightarrow K = R_0 + r \;\; ou \;\; \underline{r = K - R_0}$

A.N : $r = 20 - 12 \underline{= 8\Omega}$

2-2-2- Recherche de L et de Uc_{max} :

- L'énergie magnétique Em représentée dans la figure5 est périodique de période Te = 0,25ms
- La tension sinusoïdale $u_{R0}(t)$ est de période T = 2×Te = 0,5ms
- On a la relation : $T = 2.\pi.\sqrt{L.C} \;\Rightarrow \underline{L = \frac{T^2}{4\pi^2.C}}$

A.N : $L = \frac{(0,5.10^{-3})^2}{4\times 10\times 20.10^{-9}} \approx \underline{0,312H}$

- L'énergie du circuit se conserve au cours du temps : $E_T = E_m + E_e = 1\mu J$; et d'après la figure5 ;

$$\frac{1}{2}.C.U^2_{c\max} = 1\mu J = 10^{-6} J \quad donc \; \underline{U_{c\max} = \sqrt{\frac{2\times 10^{-6}}{C}}} = \sqrt{\frac{2\times 10^{-6}}{20.10^{-9}}} \underline{= 10V}$$

3- Réception d'une onde électromagnétique :

3-1- La proposition juste est :

d) Dans une antenne réceptrice, l'onde électromagnétique engendre un signal électrique de même fréquence.

3-2- Pour recevoir l'onde de fréquence N_0 ; il faut :

$$N_0 = \frac{1}{2.\pi.\sqrt{L_0.C_0}} \quad A.N : N_0 = \frac{1}{2.\pi.\sqrt{0,781.10^{-3}\times 20.10^{-9}}} \approx 0,04.10^6 Hz = 40kHz \;\; ce\, qui\, est\, le\, cas$$

3-3- Pour avoir une bonne détection d'enveloppe :

- Première condition : $F_p >> f_s$ *est verifiée car* $40kHz >> 4kHz$
- Deuxième condition doit être vérifiée : $T_p << \tau < T_s$, *avec* $\tau = R.(C + C_0)$

$$\Rightarrow \frac{1}{R.F_p} << C + C_x < \frac{1}{R.f_s} \Rightarrow \frac{1}{R.F_p} - C << C_x < \frac{1}{R.f_s} - C$$

$$A.N : \frac{1}{10^3 \times 40.10^3} - 20.10^{-9} << C_x < \frac{1}{10^3 \times 4.10^3} - 20.10^{-9} \Rightarrow 5.10^{-9}\,F << C_x < 230.10^{-9}\,F$$

$$\Rightarrow C_x \in [5nF ; 230nF]$$

LA MECANIQUE :

PARTIE I : Etude du mouvement de chute de deux corps

1- Etude de la chute d'un corps avec frottement :

1-1- Equation différentielle du mouvement vérifiée par la composante v_{Ay} :

- Système à étudier : {corps(A)}
- Repère d'étude R (O ; $\vec{i}$, $\vec{j}$) supposé galiléen ;
- Bilan des forces extérieures :
  * Poids du corps : $\vec{P}$
  * Force de frottement fluide : $\vec{f} = -k.\vec{v}_A$
- 2[ème] loi de newton : $\vec{P} + \vec{f} = m.\vec{a}_G$

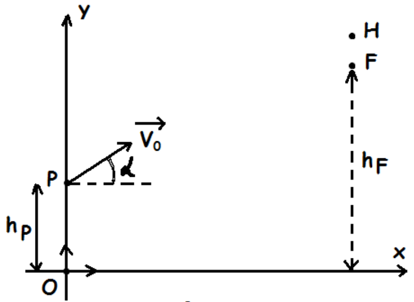


figure1

- Projection de cette relation vectorielle sur l'axe Oy : $P_y + f_y = m.a_y$ (*)
- Expressions : $P_y = -P = -m.g$, $f_y = -k.v_{Ay}$ et $a_y = \frac{dv_{Ay}}{dt}$.
- La relation (*) devient : $-m.g - k.\,v_{Ay} = m.\frac{dv_{Ay}}{dt}$
- Finalement l'équation différentielle est : $\frac{dv_{Ay}}{dt} + \frac{1}{\tau}.\,v_{Ay} + g = 0$ *avec* $\tau = \frac{m}{k}$

1-2- * Détermination de la constante τ:

On trace la tangente à la courbe à l'instant t=0 (voir la figure2) ;
on trouve : τ = 0,1s

* Déduction de k :

$$\tau = \frac{m}{k} \Rightarrow k = \frac{m}{\tau} \quad A.N : k = \frac{0{,}5}{0{,}1} = 5kg.s^{-1}$$

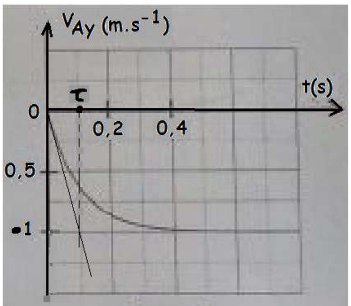


figure2

1-3- Détermination de la vitesse v_{Ay} (t_i) à l'instant t_i :

- La formule d'Euler s'écrit : $v_i = v_{i-1} + a_{i-1}.\Delta t$ (1)
- L'équation différentielle donne : $\frac{1}{\tau}.(v_{Ay})_{i-1} = -(\frac{dv_{Ay}}{dt})_{i-1} - g \Rightarrow v_{i-1} = -\tau.(g + a_{i-1})$ (2)

- En portant (2) dans (1) ; on aura l'expression : $v_i = -\left[\tau.g + a_{i-1}.(\tau - \Delta t)\right]$

- A.N : $v_i = -\left[0{,}1 \times 10 - 4{,}089 \times (0{,}1 - 0{,}01)\right] \approx -0{,}632 m.s^{-1}$

2- Etude du mouvement du projectile :

2-1- Etablissement des équations horaires :

- Système à étudier : {corps(B)}

- Repère d'étude R (O ; $\vec{i}$, $\vec{j}$) supposé galiléen ;

- Bilan des forces extérieures : Poids du corps : $\vec{P}$

- 2ème loi de newton : $\vec{P} = m.\vec{a}_G$

- Projection de cette relation vectorielle sur les axes Ox et Oy :

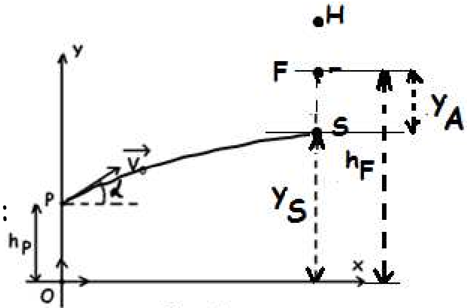


figure1

$$\begin{cases} P_x = m.a_x \\ P_y = m.a_y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 = m.a_x \\ -m.g = m.a_y \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_x = \dfrac{dv_x}{dt} = 0 \\ a_y = \dfrac{dv_y}{dt} = -g \end{cases}$$

- Par intégration, et en tenant compte des conditions initiales (t=0) , on obtient:

$$\begin{cases} v_x = v_0.\cos(\alpha) \\ v_y = -g.t + v_0.\sin(\alpha) \end{cases}$$

- Par intégration, et en tenant compte des conditions initiales (t=0) , on obtient:

$$\begin{cases} x_B(t) = v_0.\cos(\alpha).t \\ y_B(t) = -\dfrac{1}{2}g.t^2 + v_0.\sin(\alpha).t + h_P \end{cases}$$

- A.N : $\begin{cases} x_B(t) = 20.\cos(\alpha).t \\ y_B(t) = -5.t^2 + 20.\sin(\alpha).t + 1{,}8 \end{cases}$

2-2- Expressions des coordonnées du sommet S :

- Au sommet S, on $\dfrac{dy}{dx} = 0 \Rightarrow \dfrac{dy}{dt} \times \dfrac{dt}{dx} = 0 \Rightarrow \dfrac{v_y}{v_x} = 0 \Rightarrow v_y(t_S) = 0$ ($v_x = v_0 \cos(\alpha) \neq 0$)

- $v_y(t_S) = -g.t_S + v_0.\sin(\alpha) = 0 \Rightarrow t_S = \dfrac{v_0.\sin(\alpha)}{g}$; où t_S est l'instant de passage de G_B par S ;

- En portant t_S dans les expressions $x(t_S)$ et $y(t_S)$; on obtient alors :

$$\begin{cases} x_B(t_S) = v_0.\cos(\alpha).\dfrac{v_0.\sin(\alpha)}{g} \\ y_B(t_S) = -\dfrac{1}{2}g.\left(\dfrac{v_0.\sin(\alpha)}{g}\right)^2 + v_0.\sin(\alpha).\left(\dfrac{v_0.\sin(\alpha)}{g}\right) + h_P \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_S = \dfrac{v_0{}^2.\sin(2.\alpha)}{2.g} \\ y_S = \dfrac{v_0{}^2.\sin^2(\alpha)}{2.g} + h_P \end{cases}$$

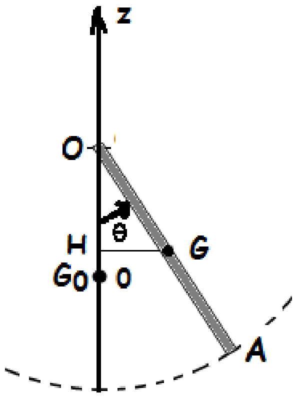
- A.N : $\begin{cases} x_S = \dfrac{20^2.\sin(2.\alpha)}{2 \times 10} = 20.\sin(2.\alpha) \\ y_S = \dfrac{20^2.\sin^2(\alpha)}{2 \times 10} + 1{,}8 = 20.\sin^2(\alpha) + 1{,}8 \end{cases}$

2-3- Détermination de l'angle α pour que $G_A = G_B = S$:

$h_F = y_B(t_S) + y_A(t_S)$ avec $y_B(t_S) = 20.\sin^2(\alpha) + 1{,}8$ et $y_A(t_S) = |v_{\lim}|.t_S = 1 \times 2.\sin(\alpha)$

D'où l'équation suivante : $20.\sin^2(\alpha)+2.\sin(\alpha)-16.7=0$

ayant pour solution : $\sin(\alpha)=0,865 \Rightarrow \underline{\alpha \approx 60°}$



Partie II : Etude du mouvement d'un pendule pesant :

1- Expression de l'énergie potentielle de pesanteur Epp :

On sait que : $E_{pp}(z) = m.g.(z - z_0) = m.g.G_0H = m.g.(G_0O - HO)$

$$E_{pp}(\theta)=m.g.(\frac{L}{2}-\frac{L}{2}\cos(\theta))$$

$$=m.g.\frac{L}{2}(1-\cos(\theta)) \; ; \; 1-\cos(\theta)\approx\theta^2/2$$

$$\Rightarrow \underline{E_{pp}(\theta)=\frac{mgL}{4}.\theta^2}$$

2- Equation différentielle du mouvement :

- Energie mécanique : Em = Ec + Epp

$$E_m=\frac{1}{2}.J_\Delta.\dot{\theta}^2+\frac{mgL}{4}.\theta^2 \; ; \; J_\Delta=\frac{1}{3}.m.L^2$$

$$\Rightarrow \underline{E_m=\frac{mL^2}{6}.\dot{\theta}^2+\frac{mgL}{4}.\theta^2}$$

- Pas de frottement, alors il y à conservation de cette énergie : $\frac{dE_m}{dt}=0$

$$\frac{dE_m}{dt}=\frac{mL^2}{6}.\frac{d}{dt}(\dot{\theta}^2)+\frac{mgL}{4}.\frac{d}{dt}(\theta^2)=0$$

$$\Rightarrow \frac{mL^2}{6}.(2.\dot{\theta}.\ddot{\theta})+\frac{mgL}{4}.(2.\theta.\dot{\theta})=0 \quad (\dot{\theta}\neq 0)$$

$$\Rightarrow \frac{L}{3}.\ddot{\theta}+\frac{g}{2}.\theta=0$$

$$\Rightarrow \underline{\ddot{\theta}+\frac{3.g}{2.L}.\theta=0}$$

3-1- Détermination de g :

- D'après le graphe de la figure2, l'énergie cinétique Ec = f(t) est une fonction périodique de période T = 0,6s, et liée à la période $\underline{T_0 = 2\times T = 1,2s}$

- D'après l'équation différentielle :

$$T_0=2.\pi.\sqrt{\frac{2.L}{3.g}}$$

$$\Rightarrow \underline{g=\frac{8.\pi^2.L}{3.T_0^2}}$$

$$A.N: \; g=\frac{8.\pi^2.0,53}{3.1,2^2}\approx\underline{9,81 m.s^{-2}}.$$

3-2- Recherche de l'amplitude θ_m :

$$E_{pp_{max}} = 9.10^{-3}$$
$$\Rightarrow \frac{mgL}{4}.\theta_m^2 = 9.10^{-3}$$
$$\Rightarrow \underline{\theta_m = \sqrt{\frac{36.10^{-3}}{mgL}}}$$

$$A.N : \theta_m = \sqrt{\frac{36.10^{-3}}{0{,}1 \times 9{,}81 \times 0{,}53}}$$
$$\approx \underline{0{,}26 rad = 15°}$$

3-3- Détermination de φ :

- Graphiquement : Ec(t = 0) = $0{,}5.10^{-2}$J.
- Expression de l'énergie cinétique :

$$Ec(t) = \frac{1}{2}.J_\Delta \dot{\theta}^2$$
$$= \frac{mL^2}{6}.\dot{\theta}^2$$
$$= \frac{mL^2}{6}.\left(\frac{2.\pi}{T_0}.\theta_m\right)^2.\sin^2\left(\frac{2.\pi}{T_0}.t + \varphi\right)$$
$$Ec(0) = \frac{m.L^2}{6}.\left(\frac{2.\pi}{T_0}.\theta_m\right)^2.\sin^2(\varphi)$$
$$\Rightarrow \sin(\varphi) = \frac{T_0}{2.\pi.\theta_m}\sqrt{\frac{6.Ec(0)}{m.L^2}}$$
$$A.N : \sin(\varphi) = \frac{1{,}2}{2 \times \pi \times 0{,}26}\sqrt{\frac{6 \times 0{,}5.10^{-2}}{0{,}1 \times 0{,}53^2}} \approx 0{,}759$$
$$\Rightarrow \underline{\varphi \approx 0{,}84 rad = 48°}$$