

- Exercice I -Partie I :

1- \* Expression du quotient de réaction :  $Q_{r,i} = \frac{[Al^{3+}]^2}{[Cu^{2+}]^3}$

\* Application numérique :  $Q_{r,i} = \frac{(6,5 \cdot 10^{-1})^2}{(6,5 \cdot 10^{-1})^3} = 1,5$

2- Le sens d'évolution spontanée du système chimique : est le sens direct pour lequel il y a formation du cuivre  $Cu_{(s)}$  ; car  $Q_{r,i} = 1,5 \ll K = 10^{200}$ .

3- Schéma conventionnel de la pile étudiée :

Au niveau de la lame de cuivre, il y a réduction des ions  $Cu^{2+}$  en  $Cu$  : C'est la Cathode (Borne +)

4- Recherche de la quantité d'électricité q :

- Tableau d'avancement :

Demi-équation		$3Cu^{2+}_{(aq)} + 6.e^- \rightleftharpoons 3.Cu_{(s)}$			Quantité de matière des $e^-$ échangés :
Etat du système	Avancement x (mol)	Quantités de matière (mol)			
Etat initial	0	$[Cu^{2+}]_i.V$	$\approx$	$n_i(Cu)$	0
E. intermédiaire	x	$[Cu^{2+}]_i.V - 3.x$	$\approx$	$n_i(Cu) + 3.x$	$n(e^-) = 6.x$

- D'une part la quantité d'électricité est  $q = n(e^-) \cdot F = 6.x.F$  (1)

- d'autre part, la quantité en ion  $Cu^{2+}$  restante est :  $[Cu^{2+}]_i.V = [Cu^{2+}]_f.V - 3.x$

donnant l'avancement :  $x = \frac{[Cu^{2+}]_i - [Cu^{2+}]_f}{3} \cdot V$  (2)

- (1) et (2) donnent :  $q = 2 \cdot ([Cu^{2+}]_i - [Cu^{2+}]_f) \cdot F \cdot V$

- A.N :

$$q = 2 \times (6,5 \cdot 10^{-1} - 1,6 \cdot 10^{-1}) \times 9,65 \cdot 10^4 \times 65 \cdot 10^{-3}$$

$$q \approx 6150C$$

Partie II :

1- Réaction de l'acide butanoïque avec l'eau :

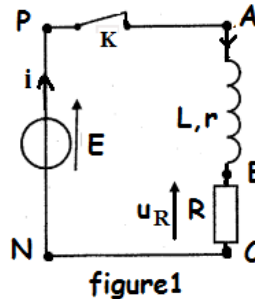
1-1- \* Taux d'avancement final :

$$\tau = \frac{x_{\text{éq}}}{x_m} \Rightarrow \tau = \frac{[H_3O^+]_{\text{éq}} \cdot V}{C \cdot V} \Rightarrow \tau = \frac{[H_3O^+]_{\text{éq}}}{C} \Rightarrow \tau = \frac{10^{-pH}}{C}$$

- A.N :  $\tau = \frac{10^{-3,41}}{1,0 \cdot 10^{-2}} \approx 0,039 = 3,9\% < 1$

\* La réaction de l'acide butanoïque avec l'eau : est limitée.



- Exercice 3 -Partie I:1-1- Représentation de la tension  $u_R$  :1-2- Expression de l'intensité  $I_p$  :

En régime permanent, la bobine se comporte comme une résistance  $r$ , et d'après la loi de Pouillet :

$$I_p = \frac{E}{r+R}$$

2-1- Equation différentielle que vérifie la tension  $u_R$  :

- Loi d'additivité des tensions :  $u_b + u_R = 0$  (1)

- Loi d'Ohm, en convention récepteur :  $i = \frac{u_R}{R}$  (2) et  $u_b = L \frac{di}{dt} + r.i$  (3)

- Des trois relations ; on écrit :

$$\begin{aligned} \stackrel{(1) \text{ et } (3)}{\Rightarrow} L \frac{di}{dt} + r.i + u_R &= E \quad \stackrel{(2)}{\Rightarrow} L \frac{d}{dt} \left( \frac{u_R}{R} \right) + r \left( \frac{u_R}{R} \right) + u_R = 0 \Rightarrow \frac{L}{R} \frac{du_R}{dt} + \left( \frac{r}{R} + 1 \right) u_R = 0 \\ \Rightarrow \frac{L}{R} \frac{du_R}{dt} + \frac{r+R}{R} u_R &= 0 \Rightarrow \frac{L}{r+R} \frac{du_R}{dt} + u_R = 0 \end{aligned}$$

2-2- Expression de  $\tau$  :

- La solution de cette équation est de la forme :  $u_R(t) = R.I_p \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}$

- Portons cette expression dans l'équation différentielle :

$$\frac{L}{r+R} \frac{d}{dt} (R.I_p \cdot e^{-\frac{t}{\tau}}) + R.I_p \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = 0 \Rightarrow \frac{L}{r+R} \frac{d}{dt} (e^{-\frac{t}{\tau}}) + e^{-\frac{t}{\tau}} = 0 \Rightarrow \left( \frac{L}{r+R} \cdot \frac{-1}{\tau} + 1 \right) \cdot e^{-\frac{t}{\tau}} = 0 \Rightarrow \tau = \frac{L}{r+R}$$

2-3- a) Résistance de la bobine :

$$u_R(0) = R.I_p = \frac{R.E}{R+r} \text{ et } u_R(0) = 6V \text{ d'où : } r = R \times \left( \frac{E - u_R(0)}{u_R(0)} \right)$$

$$\text{A.N : } r = 60 \times \left( \frac{6,5 - 6}{6} \right) = 5\Omega$$

b) Inductance de la bobine :

$$\tau = \frac{L}{r+R} \text{ et } \tau = 2,8ms \text{ alors } L = \tau \times (r+R)$$

$$\text{A.N : } L = 2,8 \times (5 + 60) = 182mH$$

2-4- Energie  $E_m$  emmagasinée par la bobine à  $t_1 = \tau$  :

$$E_m = \frac{1}{2} \cdot L \cdot i^2 = \frac{1}{2} \cdot L \cdot \left( \frac{u_R}{R} \right)^2 \text{ et } u_R(\tau) = 2,2V$$

$$A.N : E_m = \frac{1}{2} \times 182 \cdot 10^{-3} \times \left(\frac{2,2}{60}\right)^2 \approx 1,22 \cdot 10^{-4} J$$

## Partie II :

1- Montrons que  $u_s(t) = A \cdot [1 + m \cdot \cos(2\pi \cdot f_s \cdot t)] \cdot \cos(2\pi \cdot F_p \cdot t)$

$$\begin{aligned} u_s(t) &= k \cdot u_1(t) \cdot u_2(t) \\ \Rightarrow u_s(t) &= k \cdot u_1(t) \cdot [U_0 + s(t)] \\ \Rightarrow u_s(t) &= k \cdot P_m \cos(2\pi F_p \cdot t) \cdot [U_0 + S_m \cos(2\pi f_s \cdot t)] \\ \Rightarrow u_s(t) &= k P_m \cdot [U_0 + S_m \cos(2\pi f_s \cdot t)] \cos(2\pi F_p \cdot t) \\ \Rightarrow u_s(t) &= k P_m U_0 \cdot \left[1 + \frac{S_m}{U_0} \cos(2\pi f_s \cdot t)\right] \cdot \cos(2\pi F_p \cdot t) \end{aligned}$$

En posant :  $m = \frac{S_m}{U_0}$  et  $A = k P_m U_0$  alors :  $u_s(t) = A \cdot [1 + m \cdot \cos(2\pi \cdot f_s \cdot t)] \cdot \cos(2\pi \cdot F_p \cdot t)$

2-1- \* La fréquence  $F_p$  de la porteuse :  $F_p = 1/T_p$

Graphiquement :  $10 \times T_p = 10 \text{ms}$  alors  $T_p = 1 \text{ms}$  et  $F_p = 1/0.001 = 1000 \text{Hz}$

\* La fréquence  $f_s$  de la tension modulante :  $f_s = 1/T_s$

Graphiquement :  $T_s = 10 \text{ms}$  alors  $f_s = 1/0.01 = 100 \text{Hz}$

2-2- \* Taux de modulation :

$$m = \frac{U_{m_{\max}} - U_{m_{\min}}}{U_{m_{\max}} + U_{m_{\min}}} = \frac{3-1}{3+1} \approx 0,5$$

\* La modulation est bonne puisque  $m < 1$  et  $F_p \gg f_s$

## - Exercice 4 -

### Partie I :

1- Etude du mouvement sur le plan incliné :

1-1- Equation différentielle :

- Système à étudier : {skieur}

- Repère d'étude (A ;  $\vec{i}'$ ,  $\vec{j}'$ ) supposé galiléen;

- Bilan des forces extérieures :

\* Poids du skieur  $\vec{P}$

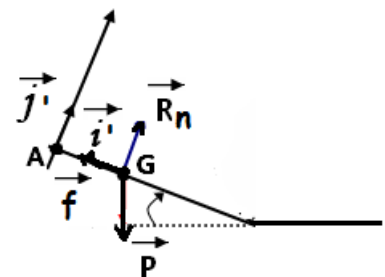
\* Réaction du plan incliné :  $\vec{R} = \vec{R}_n + \vec{f}$  ( $f$  : force de frottement)

- 2<sup>ème</sup> loi de Newton :  $\vec{P} + \vec{R}_n + \vec{f} = m \cdot \vec{a}_G$

- Projection de cette relation vectorielle sur l'axe  $Ax'$  :  $P_x + R_{n_x} + f_x = m \cdot a_x$  (\*)

- Expressions :  $P_x = m \cdot g \cdot \sin(\alpha)$  ,  $R_{n_x} = 0$  ,  $f_x = -f$  et  $a_x = \frac{dv_G}{dt}$ .

- La relation (\*) devient :  $m \cdot g \cdot \sin(\alpha) - f = m \cdot \frac{dv_G}{dt}$



- finalement l'équation différentielle s'écrira :  $\frac{dv_G}{dt} = g \cdot \sin(\alpha) - \frac{f}{m}$

### 1-2- Détermination des valeurs de b et c :

- Remarquons que  $\frac{dv_G}{dt} = g \cdot \sin(\alpha) - \frac{f}{m} = \text{constante}$

- Par intégration :  $v_G(t) = (g \cdot \sin(\alpha) - \frac{f}{m}) \cdot t + v(0)$

- D'après la condition initiale  $v(0) = 0$  ; alors :  $v_G(t) = (g \cdot \sin(\alpha) - \frac{f}{m}) \cdot t$

- par identification avec la forme  $v_G(t) = b \cdot t + c$  ; on déduit que :

$$b = g \cdot \sin(\alpha) - \frac{f}{m} = 9,8 \times \sin(23^\circ) - \frac{15}{65} \approx 3,6 \text{ m.s}^{-2}$$

$$c = 0$$

### 1-3- Déduction de l'instant $t_B$ :

- L'équation de la vitesse s'écrit :  $v_G(t_B) = b \times t_B$  et  $v_G(t_B) = 90 \text{ km.h}^{-1} = \frac{90}{3,6} \text{ m.s}^{-1} = 25 \text{ m.s}^{-1}$

- Alors  $t_B = \frac{v_G(t_B)}{b}$  **A.N :**  $t_B = \frac{25}{3,6} \approx 6,9 \text{ s}$

### 1-4- Intensité R de l'action du plan :

$$R = \sqrt{R_n^2 + f^2} \Rightarrow R = \sqrt{(mg \cos(\alpha))^2 + f^2}$$

$$\text{A.N : } R = \sqrt{(65 \times 9,8 \times \cos(23^\circ))^2 + 15^2} \approx 586,5 \text{ N}$$

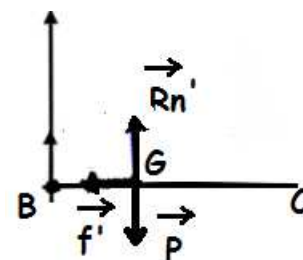
## 2- Etude du mouvement sur le plan horizontal :

### 2-1- Recherche de l'intensité $f'$ :

- Système à étudier : {skieur}

- Repère d'étude (B ;  $\vec{i}$ ) supposé galiléen :

- Bilan des forces extérieures :



\* Poids du skieur  $\vec{P}$

\* Réaction du plan horizontal :  $\vec{R} = \vec{R}_n' + \vec{f}'$  ( $f'$  : force de frottement)

- 2<sup>ème</sup> loi de Newton :  $\vec{P} + \vec{R}_n' + \vec{f}' = m \cdot \vec{a}_G$

- Projection de cette relation vectorielle sur l'axe Bx :  $P_x + R_{n_x}' + f_x' = m \cdot a_x$  (\*)

- Expressions :  $P_x = 0$  ,  $R_{n_x}' = 0$  ,  $f_x' = -f'$  et  $a_x = -3 \text{ m.s}^{-2}$  .

- La relation (\*) nous donne :  $f' = -m \cdot a_x$

$$\text{A.N : } f' = -65 \times (-3) = 195 \text{ N}$$

### 2-2- Détermination de $t_c$ :

- Equation de la vitesse :  $v_G(t) = a_x \cdot t + v(0)$

- Au point  $t_c$  ;  $v_G(t_c) = 0$ , alors  $a_x \cdot t_c + v(0) = 0$
- On déduit que :  $t_c = -\frac{v(0)}{a_x}$  **A.N :**  $t_c = -\frac{25}{-3} \approx 8,33s$

### 2-3- Déduction de la distance BC :

- L'équation horaire est :  $x(t) = \frac{1}{2} \cdot a_x \cdot t^2 + v(0) \cdot t + x(0) \Rightarrow x(t) = -\frac{3}{2} \cdot t^2 + 25 \cdot t$
- La distance  $BC = x_C - x_B = x(t_C) - \underbrace{x(t_B)}_{=0} \Rightarrow BC = -\frac{3}{2} \cdot t_c^2 + 25 \cdot t_c$
- **A.N :**  $BC = -\frac{3}{2} \times 8,33^2 + 25 \times 8,33 \approx 104,2m$

## Partie II :

### 1- Expression de l'énergie mécanique du pendule :

$$E_m = E_c + E_{pt} + E_{pp} \text{ avec } E_c = \frac{1}{2} J_{\Delta} \cdot \dot{\theta}^2 ; E_{pt} = \frac{1}{2} C \cdot \theta^2 \text{ et } E_{pp} = 0$$

$$\text{Alors } E_m = \frac{1}{2} J_{\Delta} \cdot \dot{\theta}^2 + \frac{1}{2} C \cdot \theta^2$$

### 2- Constante de torsion C du fil :

- Lorsque  $\theta = \theta_{\max} = 0,8 \text{ rad}$  ; l'énergie cinétique est nulle :  $E_c(0,8) = 0$
- Graphiquement, l'énergie mécanique est  $E_m = 16 \text{ mJ} = 16 \cdot 10^{-3} \text{ J}$
- D'après l'équation (\*), on aura  $\frac{1}{2} C \cdot \theta_{\max}^2 = E_m \Rightarrow C = \frac{2 \cdot E_m}{\theta_{\max}^2}$
- **A.N :**  $C = \frac{2 \times 16 \cdot 10^{-3}}{0,8^2} \approx 0,05 \text{ N.m.rad}^{-1}$

### 3- Détermination de $J_{\Delta}$ :

- Lorsque  $\theta = 0$  ; l'énergie cinétique est maximale :  $E_c(0) = E_m = 16 \text{ mJ} = 16 \cdot 10^{-3} \text{ J}$
- Lorsque  $\theta = 0$  ; l'énergie potentielle de torsion est nulle :  $E_{pt}(0) = 0$
- D'après l'équation (\*), on aura  $E_m = \frac{1}{2} J_{\Delta} \cdot (\dot{\theta}_{\max})^2 \Rightarrow J_{\Delta} = \frac{2 \cdot E_m}{(\dot{\theta}_{\max})^2}$
- **A.N :**  $J_{\Delta} = \frac{2 \times 16 \cdot 10^{-3}}{2,31^2} \approx 6 \cdot 10^{-3} \text{ kg.m}^2$