## - Chimie –

### Partie I : Etude de la pile aluminium - Zinc

**1- * Calcul de quotient de réaction à l'état initial :**

$$Q_{r,i} = \frac{[Zn^{2+}]_i^3}{[Al^{3+}]_i^2} = \frac{C_2^{\ 3}}{C_1^{\ 2}} = \frac{(4{,}5.10^{-2})^3}{(4{,}5.10^{-2})^2} = 4{,}5.10^{-2} >> K = 10^{-90}$$

*** Conclusion :**

Le sens de la réaction spontanée est le sens inverse $\overset{(2)}{\leftarrow}$ ; où il y aura consommation de l'aluminium Al : $2.A\ell_{(s)} + 3.Zn^{2+}{}_{(aq)} \rightarrow 2.A\ell^{3+}{}_{(aq)} + 3.Zn_{(s)}$

**2- Schéma conventionnel de la pile :**

L'aluminium s'oxyde à l'anode qui est le pole négatif de cette pile.

$$\ominus\, A\ell_{(s)} / A\ell^{3+}{}_{(aq)} // Zn^{2+}{}_{(aq)} / Zn_{(s)} \oplus$$

**3-1- La concentration des ions Aluminium :**

- Tableau d'avancement :

| Equation de la réaction | | $2.A\ell_{(s)}$ | $+\ 3.Zn^{2+}{}_{(aq)}$ | $\rightarrow\ 2.A\ell^{3+}{}_{(aq)}$ | $+\ 3.Zn_{(s)}$ | Quantité de matière des $e^-$ échangés : |
|---|---|---|---|---|---|---|
| Etats du système | Avancement x (mol) | Quantités de matière (mol) | | | | |
| E. Initial | 0 | $n_i(A\ell)$ | $C_2.V$ | $C_1.V$ | $n_i(Zn)$ | 0 |
| E. Intermédiaire | x | $n_i(A\ell)-2.x$ | $C_2.V-3.x$ | $C_1.V+2.x$ | $n_i(Zn)+3x$ | $n(e^-)=6.x$ |
| E. Final | $x_{max}$ | $n_i(A\ell)-2.x_m$ | $C_2.V-3.x_m$ | $C_1.V+2.x_m$ | $n_i(Zn)+3x_m$ | $n(e^-)=6.x_m$ |

- Le réactif limitant :

* Si l'aluminium est le réactif limitant ; alors :

$$n_i(A\ell)-2.x_m = 0 \Rightarrow \frac{m_0}{M(A\ell)} - 2.x_m = 0 \Rightarrow x_m = \frac{m_0}{2.M(A\ell)} \overset{A.N}{=} \frac{1{,}35}{2\times 27} = 2{,}5.10^{-2} mo\ell$$

* Si l'ion Zinc est le réactif limitant ; alors :

$$C_2.V - 3.x_m = 0 \Rightarrow x_m = \frac{C_2.V}{3} \overset{A.N}{=} \frac{4{,}5.10^{-2}\times 0{,}1}{3} = 1{,}5.10^{-3} mo\ell$$

On constate que : $1{,}5.10^{-3} mo\ell < 2{,}5.10^{-2} mo\ell$ , donc l'ion Zinc est le réactif limitant.

- $[A\ell^{3+}]_f = \dfrac{C_1.V + 2.x_m}{V} \Rightarrow \underline{[A\ell^{3+}]_f = C_1 + \dfrac{2.x_m}{V}}$ $\quad A.N : [A\ell^{3+}]_f = 4{,}5.10^{-2} + \dfrac{2\times 1{,}5.10^{-3}}{0{,}1} \approx \underline{7{,}5.10^{-2} mo\ell.L^{-1}}$

**3-2- La durée de fonctionnement de la pile :**

La quantité d'électricité qui a circulée pendant la durée $\Delta t$ est : $Q = I\times\Delta t = 6.x_m \times F$

alors : $\underline{\Delta t = \dfrac{6.x_m\times F}{I}}$ $\quad A.N \quad \Delta t = \dfrac{6\times 1{,}5.10^{-3}\times 9{,}65.10^4}{10\times 10^{-3}} \underline{= 8{,}685.10^4 s = 24h7\min 30s}$

**Partie II :** Synthèse d'un ester, et réaction de benzoate de sodium avec un acide

## 1- Etude de la synthèse d'un ester :

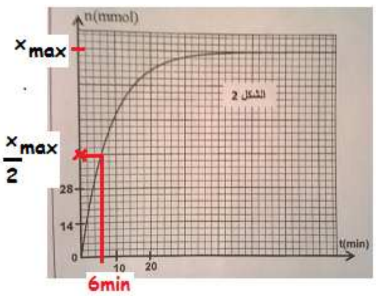
**1-1- Choix du chauffage à reflux :** C'est d'augmenter la vitesse de réaction, et éviter les pertes des quantités de matière des espèces chimiques.

**1-2- Equation chimique :**

$$C_6H_5COOH + CH_3OH \rightleftarrows C_6H_5COOCH_3 + H_2O$$

**1-3-1- Le bon choix est :** c) La vitesse est maximale au début de la réaction.

**1-3-2- * Définition :** Le temps de demi-réaction est la durée au bout de laquelle l'avancement de la réaction prend la moitié de sa valeur atteinte à l'équilibre du système chimique ; c'est-à-dire : $x(t_{1/2}) = \frac{x_f}{2}$




*** Détermination graphique de $x(t_{1/2})$ :**

Graphiquement ; $x_f = 84mmo\ell \Rightarrow \frac{x_f}{2} = 42mmo\ell \Rightarrow \underline{t_{1/2} = 6\,min}$

**1-3-3- Le rendement de la réaction :**

Par définition : $r = \frac{n_{exp}(ester)}{n_{théorique}(ester)}$

Graphiquement on a : $n_{exp}(ester) = x_f = 84mmo\ell$

On cherche $n_{théorique}(ester)$ :

En se servant du tableau d'avancement de la réaction ; on écrit : $n_{théorique}(ester) = x_{max}$

* Si l'acide est le réactif limitant ; alors :

$$n_i(acide) - x_m = 0 \Rightarrow \frac{m}{M(ac)} - x_m = 0 \Rightarrow x_m = \frac{m}{M(ac)} \overset{A.N}{=} \frac{12{,}2}{122} = 0{,}1mo\ell$$

* Si l'alcool est le réactif limitant ; alors :

$$n_i(alcool) - x_m = 0 \Rightarrow \frac{m'}{M(al)} - x_m = 0 \Rightarrow x_m = \frac{\rho \times V}{M(al)} \overset{A.N}{=} \frac{0{,}8 \times 8}{32} = 0{,}2mo\ell$$

Donc $n_{théorique}(ester) = x_{max} = 0{,}1mo\ell$

Finalement : $r = \frac{84.10^{-3}}{0{,}1} = \underline{0{,}84 = 84\%}$

## 2- Etude de la réaction de benzoate de sodium avec un acide :

**2-1- Equation chimique :**

$$C_6H_5COO^-{}_{(aq)} + CH_3COOH \rightleftarrows C_6H_5COOH + CH_3COO^-{}_{(aq)}$$

**2-2- La constante de l'équilibre :**

On sait que $\underline{K = \frac{K_A(CH_3COOH/CH_3COO^-)}{K_A(C_6H_5COOH/C_6H_5COO^-)} = 10^{pK_{A1} - pK_{A2}}}$ A.N : $K = 10^{4{,}2-4{,}8} \approx \underline{0{,}25}$

**2-3- Expression de $\tau$ :**

En se servant du tableau d'avancement de la réaction ; on écrit :

$$K = \left(\frac{x_f}{C_1V_1 - x_f}\right)^2 \Rightarrow x_f = \frac{C_1.V_1.\sqrt{K}}{\sqrt{K}+1}$$ ; Or $x_m = C_1.V_1$ ; alors $\tau = \frac{x_f}{x_m} \Rightarrow \underline{\tau = \frac{\sqrt{K}}{\sqrt{K}+1}} = \frac{\sqrt{0,25}}{\sqrt{0,25}+1} \approx \underline{0,33}$

## 2-4- Expression du **pH** :

On a $pH = pK_{A1} + \log\left(\frac{[C_6H_5COO^-]}{[C_6H_5COOH]}\right) \Rightarrow pH = pK_{A1} + \log\left(\frac{x_f}{x_m - x_f}\right) = pK_{A1} + \log\left(\frac{x_f / x_m}{x_m/x_m - x_f/x_m}\right)$

Finalement : $\underline{pH = pK_{A1} + \log\left(\frac{\tau}{1-\tau}\right)}$ A.N : $pH = 4,2 + \log\left(\frac{0,33}{1-0,33}\right) \approx \underline{3,9}$

# - Physique -

LES ONDES : Propagation d'une onde ultrasonore

## 1- Détermination de la vitesse dans l'air :

1-1- Le bon choix est : b) Les ondes ultrasonores ne se propagent pas dans le vide.

1-2- La fréquence N des ondes : $\underline{N = \frac{1}{T}}$ A.N : $N = \frac{1}{2,5\times 20.10^{-6}} = \underline{4.10^4\,Hz = 40kHz}$

1-3- Vérification de la vitesse dans l'air :

On a : $d = k.\lambda$ avec $k = 4$ et $\lambda = \frac{V_a}{N}$ d'où : $\underline{V_a = \frac{d}{k}.N}$ A.N : $V_a = \frac{3,4.10^{-2}}{4}.40000 = \underline{340m.s^{-1}}$

## 2- Détermination de la vitesse dans l'eau de mer :

2-1- Expression de **Δt** :

- La vitesse du son est plus grande dans l'eau que dans l'air ;
- Si **Δt** est le retard temporel des ondes reçues dans l'eau par rapport à celles reçues dans l'eau, alors : $\Delta t = \Delta t_{air} - \Delta t_{eau} = \frac{\ell}{V_a} - \frac{\ell}{V_e} \Rightarrow \underline{\Delta t = \left(\frac{1}{V_a} - \frac{1}{V_e}\right)\times \ell}$ (1)

2-2- Détermination de la vitesse **Ve** :

- La courbe de la figure4 est celle d'une fonction linéaire d'équation :

$\Delta t = K.\ell$ (2) ; $K$ est le coefficient directeur: $K = \frac{\Delta(\Delta t)}{\Delta \ell}$

- En comparant (1) et (2) ; on déduit : $\frac{1}{V_a} - \frac{1}{V_e} = K$

On obtient finalement : $\underline{V_e = \frac{V_a}{1 - K.V_a}}$ A.N : $V_e = \frac{340}{1 - \frac{2,5.10^{-3} - 0}{1,1 - 0}\times 340} \approx \underline{1496m.s^{-1}}$

L'ELECTRICITE :

## Partie I : Etude du dipôle RC et du circuit LC

### 1- Etude du dipôle RC :

1-1- Expression de la capacité $C_e$ :

- La loi d'additivité des tensions s'écrit : $u = u_{c1} + u_{c2} = \frac{q}{C_1} + \frac{q}{C_2} = q.\frac{C_1 + C_2}{C_1.C_2}$ (1)

- La tension aux bornes du condensateur équivalent s'écrit : $u=\dfrac{q}{C_e}$ (2)

- En comparant (1) et (2) ; on déduit que : $\underline{C_e=\dfrac{C_1.C_2}{C_1+C_2}}$.

## 1-2- Equation différentielle vérifiée par la tension $u_2(t)$ :

D'après la figure1 : $u_1+u_2+u_R=E$ (1)

En respectant les conventions : $u_1=\dfrac{q}{C_1}$ ; $u_2=\dfrac{q}{C_2}$ et $u_R=R.i=R.\dfrac{dq}{dt}=RC_2.\dfrac{du_2}{dt}$

La relation (1) devient : $\dfrac{C_2}{C_1}.u_2+u_2+RC_2.\dfrac{du_2}{dt}=E$ ou bien $(\dfrac{C_2}{C_1}+1).u_2+RC_2.\dfrac{du_2}{dt}=E$

Ce qui donne : $\dfrac{1}{R}.\dfrac{C_1+C_2}{C_1C_2}.u_2+\dfrac{du_2}{dt}=\dfrac{E}{RC_2}$ ; finalement : $\underline{\dfrac{du_2}{dt}+\dfrac{1}{R.C_e}.u_2+=\dfrac{E}{R.C_2}}$

## 1-3- Expression de A et α :

On porte la solution $u_2(t)=A.\left(1-e^{-\alpha.t}\right)$ dans l'expression de l'équation différentielle :

$\dfrac{d}{dt}\left[A.\left(1-e^{-\alpha.t}\right)\right]+\dfrac{A}{RC_e}.\left(1-e^{-\alpha.t}\right)=\dfrac{E}{R.C_2}$ ou bien $A.\underbrace{(\alpha-\dfrac{1}{R.C_e})}_{=0}.e^{-\alpha.t}\Big)+\dfrac{1}{R}.\underbrace{(\dfrac{A}{C_e}-\dfrac{E}{C_2})}_{=0}=0$

ce qui donne : $\underline{A=E.\dfrac{C_e}{C_2}=E.\dfrac{C_1}{C_1+C_2}}$ et $\underline{\alpha=R.C_e=R.\dfrac{C_1.C_2}{C_1+C_2}}$

## 1-4-1- a) valeur de E :

A t=0 ; l'équation différentielle s'écrit : $\left(\dfrac{du_2}{dt}\right)_{t=0}+\dfrac{1}{R.C_e}.\underbrace{u_2(t=0)}_{=0}+=\dfrac{E}{R.C_2}$

On trouve alors : $\underline{E=R.C_2.\left(\dfrac{du_2}{dt}\right)_{t=0}}$ A.N: $E=3.10^3\times2.10^{-6}\times\dfrac{4-0}{2.10^{-3}-0}=\underline{12V}$

## 1-4-1- b) valeurs de $u_1$ et $u_2$ en régime permanent :

- D'après le graphe2, lorsque $t\to\infty$ alors $\underline{u_{2\infty}=8V}$
- D'après le graphe2, lorsque $t\to\infty$ alors $u_{R\infty}=0$ ; et en utilisant : $u_{1\infty}+u_{2\infty}+u_{R\infty}=E$ (1)

On obtient : $u_{1\infty}=E-u_{2\infty}-u_{R\infty}$ $A.N:$ $u_{1\infty}=12-8-0=\underline{4V}$

## 1-4-2- Montrons que $C_1=4\mu F$ :

- D'après le graphe2, on trouve la constante $\tau=4ms=4.10^{-3}s$
- Son expression est : $\tau=R.C_e=R.\dfrac{C_1.C_2}{C_1+C_2}$ donc : $(C_1+C_2)\tau=R.C_1.C_2$ ou bien :

$\underline{C_1=\dfrac{C_2.\tau}{R.C_2-\tau}}$ $A.N:$ $C_1=\dfrac{2.10^{-6}\times4.10^{-3}}{3.10^3\times2.10^{-6}-4.10^{-3}}=\underline{4.10^{-6}F=4\mu F}$

## 2- Etude des oscillations dans le circuit LC :

## 2-1- Equation différentielle vérifiée par la tension $u_L(t)$ :

- Loi d'additivité des tensions : $u_2+u_L=0$ (1)

- En dérivant (1) on aura : $\frac{du_2}{dt}+\frac{du_L}{dt}=0 \ \ (2)$

- En convention récepteur : $u_2=\frac{q}{C_2} \ \ (3)$ avec $i=\frac{dq}{dt}$

- Des relations (2) et (3) ; on écrit : $\frac{1}{C_2}\frac{dq}{dt}+\frac{du_L}{dt}=0 \ \Rightarrow \ \frac{1}{C_2}.i+\frac{du_L}{dt}=0 \ \ (4)$

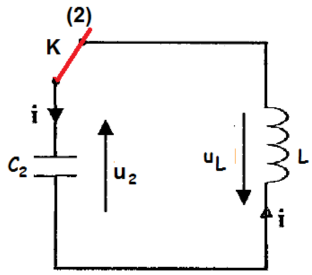


figure1

- En dérivant (4) on aura : $\frac{1}{C_2}.\frac{di}{dt}+\frac{d^2u_L}{dt^2}=0$ or $u_L=L.\frac{di}{dt}$ ou $\frac{di}{dt}=\frac{1}{L}.u_L$

- Finalement on obtient : $\underline{\frac{d^2u_L}{dt^2}+\frac{1}{LC_2}.u_L=0}$

2-2-1- L'énergie totale du circuit $LC_2$ :

On sait que : $E_{Tot}=E_{éle}+E_{mag}$

$E_{élc}=\frac{1}{2}C_2.u_2{}^2=\frac{1}{2}C_2.u_L{}^2 \ \ (u_2=-u_L)$ et $E_{mag}=\frac{L}{2}.i(t)^2=\frac{L.C_2^2}{2}.\left(\frac{du_L}{dt}\right)^2$ car d'après (4) : $i=-C_2.\frac{du_L}{dt}$

Donc $E_{Tot}=\frac{1}{2}C_2.u_L{}^2+\frac{L.C_2^2}{2}.\left(\frac{du_L}{dt}\right)^2$ : cette énergie est constante, on la calcule à t=0 :

$E_{Tot}=\frac{1}{2}C_2.u_L{}^2(0)+\frac{L.C_2^2}{2}.\left(\frac{du_L}{dt}\right)^2_{t=0}$

et d'après le graphe de la figure3 on trouve : $u_L(0)=-8V$ et $\left(\frac{du_L}{dt}\right)_{t=0}=0$

A.N : $E_{Tot}=\frac{1}{2}C_2.u_L{}^2(0)=\frac{1}{2}\times 2.10^{-6}\times(-8)^2=\underline{6{,}4.10^{-5}\,J=64\mu J}$

2-2-2- Calcul de l'énergie magnétique à t=2,7ms :

On sait que : $E_{mag}=E_{Tot}-E_{éle}$ ou bien $E_{mag}=E_{Tot}-E_{éle}=E_{Tot}-\frac{1}{2}C_2.u_L{}^2$

Donc $E_{mag}(2{,}7ms)=E_{Tot}-\frac{1}{2}C_2.u_L{}^2(2{,}7ms)\Rightarrow E_{mag}(2{,}7ms)=6{,}4.10^{-5}-\frac{1}{2}\times 2.10^{-6}\times(4{,}8)^2\approx \underline{4{,}1.10^{-5}\,J=41\mu J}$

## Partie II : Etude de la qualité d'une modulation d'amplitude

1- Expression du taux de modulation **m** :

On a la tension de sortie : $u(t)=A.\left[\frac{m}{S_m}.s(t)+1\right].\cos(2\pi f_p.t)$ avec $s(t)=S_m.\cos(2\pi f_S.t)$

Alors : $u(t)=\underbrace{A.(m.\cos(2\pi f_S.t)+1)}_{amplitude}.\cos(2\pi f_p.t)$ ; d'où l'amplitude est : $U(t)=A.(m.\cos(2\pi f_S.t)+1)$

* Si $\cos(2\pi f_S.t)=1 \ \Rightarrow U_{\max}=A.(m+1) \ \ (1)$

* Si $\cos(2\pi f_S.t)=-1 \ \Rightarrow U_{\min}=A.(-m+1) \ \ (2)$

En faisant le rapport de (1) /(2) ; on aura : $\frac{U_{\max}}{U_{\min}}=\frac{A.(m+1)}{A.(-m+1)}\Rightarrow U_{\max}.(1-m)=U_{\min}.(1+m)$

Après le calcul on aboutit à la relation : $\underline{m=\frac{U_{\max}-U_{\min}}{U_{\max}+U_{\min}}}$

### 2- * Détermination de $f_P$ , $f_S$ et m :

D'après le graphe de la figure5 :

- $16.T_p = 5\times 20.10^{-6} \Rightarrow f_p = \frac{1}{T_p} = \frac{16}{5\times 20.10^{-6}} = \underline{16.10^4\,Hz = 160kHz}$
- $T_S = 5\times 20.10^{-6} \Rightarrow f_S = \frac{1}{T_S} = \frac{1}{5\times 20.10^{-6}} = \underline{10^4\,Hz = 10kHz}$
- $m = \frac{3\times 1 - 1\times 1}{3\times 1 + 1\times 1} = \underline{0,5}$

*** Conclusion :**

On constate que les deux conditions sont réalisées : $m = 0,5 < 1$ et $f_S = 10kHz << f_P = 160kHz$

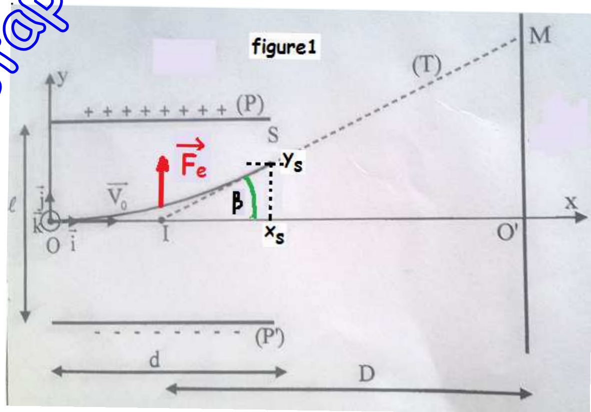
Donc la modulation d'amplitude dans ce cas est bonne.

## LA MECANIQUE :

### PARTIE I : Etude de l'influence des champs électrique et magnétique sur des électrons

#### 1- Première expérience :

#### 1-1- Equation de la trajectoire:




- Système à étudier : {Un électron(m,e)}
- Repère d'étude R (O ; $\vec{i}$ ; $\vec{j}$ ; $\vec{k}$ ) supposé galiléen ;
- Bilan des forces extérieures :

* Action de la force électrique : $\vec{Fe} = -e.\vec{E}$

* L'intensité du poids de l'électron est négligeable devant celle de la force électrique.

- La 2$^{ème}$ loi de newton donne : $\vec{Fe} = m.\vec{a_G}$ ou bien $m.\vec{a_G} = -e.\vec{E}$
- Projection de cette relation vectorielle sur chacun des deux axes Ox et Oy :

$$\begin{cases} m.a_x = -e.E_x = 0 \;\; (car\; E_x = 0) \\ m.a_y = -e.E_y = e.E \;\; (car\; E_y = -E = -\frac{U}{\ell}) \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_x = 0 & ;avec\; a_x = dv_x/dt \\ a_y = \frac{eU}{m\ell} & ;avec\; a_y = dv_y/dt \end{cases}$$

- Par intégration et en tenant compte de la condition initiale : $(v_x = v_0 \;\; et \;\; v_y = 0)$ ; on aura:

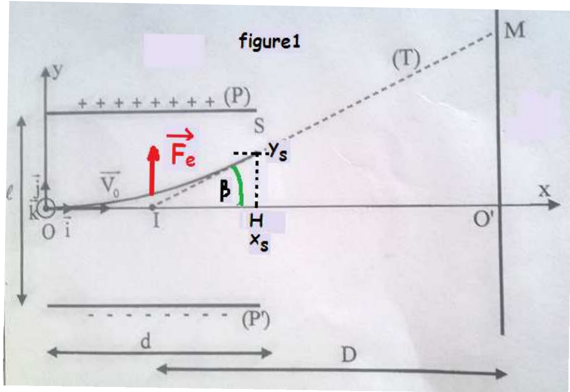
$$\begin{cases} v_x = v_0 & ;avec\; v_x = dx/dt \\ v_y = \frac{eU}{m\ell}.t & ;avec\; v_y = dy/dt \end{cases}$$

- Par intégration et en tenant compte de la condition initiale : $(x_0 = 0 \;\; et \;\; y_0 = 0)$ ; on aura:

$$\begin{cases} x(t) = v_0.t \\ y(t) = \frac{eU}{2m\ell}.t^2 \end{cases}$$ , alors $$\begin{cases} t = \frac{x}{v_0} \\ y(x) = \frac{eU}{2m\ell}.\left(\frac{x}{v_0}\right)^2 \end{cases}$$ qui donne l'équation de la trajectoire : $\underline{y(x) = \frac{eU}{2m\ell v_0^2}.x^2}$

## 1-2- Déviation électrique O'M:

Sur la figure1 ci-contre, on a :




$$\tan(\beta)=\frac{O'M}{O'I}=\frac{HS}{HI}\Rightarrow\frac{O'M}{D-\frac{d}{2}}=\frac{y(d)}{\frac{d}{2}}$$

$$\Rightarrow O'M=(D-\frac{d}{2})\times\frac{\frac{eU}{2m\ell v_0^{2}}.d^2}{\frac{d}{2}}$$

$$\Rightarrow O'M=(D-\frac{d}{2})\times\frac{eUd}{m\ell v_0^{2}}\quad et\ \ avec\ \ D=30cm>>\frac{d}{2}=3cm\ ,$$

on obtient : $\underline{O'M\approx\frac{eUDd}{m\ell v_0^{2}}}$

## 2- Deuxième expérience :

### 2-1- Sens du vecteur champ magnétique $\vec{B}$ :

Les électrons frappent l'écran en O' ; pour cela la force magnétique $\vec{Fm}$ est verticale vers le bas, or $\vec{Fm}=-e.\vec{v_0}\wedge\vec{B}=e.\vec{B}\wedge\vec{v_0}$ ; donc le trièdre $(\vec{Fm},\vec{B},\vec{v_0})$ est direct, et le vecteur $\vec{B}$ sera porté par l'axe Oz dans le sens contraire de $\vec{k}$ $(\vec{B}=-B.\vec{k}\ \ ;\ symbole\otimes\vec{B})$

### 2-2- Expression de la vitesse des électrons :

On a $\|\vec{F_m}\|=\|\vec{F_e}\|\Rightarrow\left\|-e.\vec{v_0}\wedge\vec{B}\right\|=\left\|-e.\vec{E}\right\|\Rightarrow v_0B=E\Rightarrow \underline{v_0=\frac{E}{B}}$

### 2-2- Expression du rapport e/m :

En utilisant la relation précédente $O'M\approx\frac{eUDd}{m\ell v_0^{2}}$ $avec\ v_o=\frac{E}{B}=\frac{U}{\ell.B}$

On écrira: $\frac{e}{m}=\frac{O'M.\ell.\left(\frac{U}{\ell.B}\right)^2}{UDd}$ $ou\ bien$ $\underline{\frac{e}{m}=\frac{O'M.U}{D.d.\ell.B^2}}$

A.N: $\frac{e}{m}=\frac{5{,}4.10^{-2}\times1200}{30.10^{-2}\times6.10^{-2}\times2.10^{-2}\times(1{,}01.10^{-3})^2}\approx\underline{1{,}76.10^{11}C.kg^{-1}}$

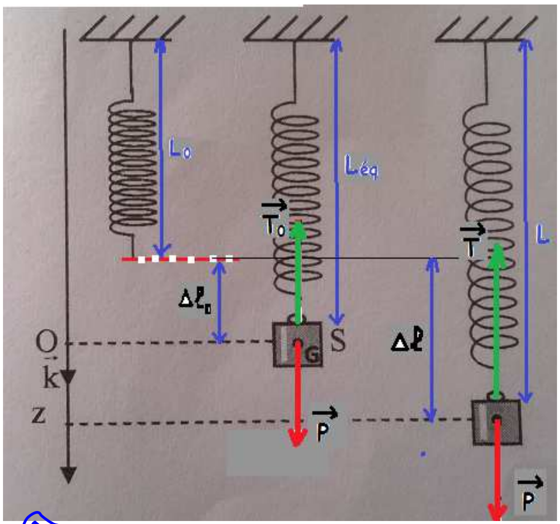
## PARTIE II : Etude du mouvement d'un pendule élastique

### 1- Les frottements sont négligeables :

#### 1-1- Détermination de l'allongement $\Delta\ell_0=L_{éq}-L_0$ :

A l'équilibre : $\vec{T}_0+\vec{P}=\vec{0}$ , et par projection sur l'axe vertical Oz, on aura :

$T_{0z}+P_z=0$ , alors $-k.\Delta\ell_0+m.g=0$ d'où $\underline{\Delta\ell_0=\frac{m.g}{k}}$




1-2- Equation différentielle que vérifie la côte $z(t)$ :

- Système à étudier : {corps S}
- Repère d'étude R (O ; $\vec{k}$ ) supposé galiléen ;
- Bilan des forces extérieures :

* Poids du corps S : $\vec{P}$

* Action du ressort : $\vec{T}$

- La 2ème loi de newton donne : $\vec{P}+\vec{T}=m.\vec{a}_G$ ;
- Projection de cette relation vectorielle sur l'axe Oz :

$$P-T=m.a_z \Rightarrow mg-K(\Delta\ell_0+z)=m.\ddot{z}$$

$$\Rightarrow \underbrace{mg-K.\Delta\ell_0}_{=0}-K.z=m.\ddot{z} \quad \Rightarrow \quad \underline{\ddot{z}+\frac{K}{m}.z=0} \quad (1)$$

1-3- Valeur de K et $V_{0z}$ :

* Valeur de la raideur K :

- La solution de cette équation est : $z(t)=z_m.\cos(\frac{2.\pi}{T_0}.t+\varphi)$ et $\ddot{z}(t)=-\left(\frac{2.\pi}{T_0}\right)^2\underbrace{z_m.\cos(\frac{2.\pi}{T_0}.t+\varphi)}_{z(t)}$ (2)

- En comparant (1) et (2) ; on déduit que : $\frac{K}{m}=\left(\frac{2.\pi}{T_0}\right)^2$, alors $\underline{K=m.\left(\frac{2.\pi}{T_0}\right)^2}$

A.N : $K=0{,}2\times\frac{4\times\pi^2}{0{,}4^2}=\underline{50N.m^{-1}}$

* Valeur de la vitesse initiale $V_{0z}$ :

On a : $\dot{z}(t)=-\frac{2.\pi}{T_0}z_m.\sin(\frac{2.\pi}{T_0}.t+\varphi)$ et $V_{0z}=\dot{z}(0)=-\frac{2.\pi}{T_0}z_m.\sin(\varphi)<0$ (*voir le graphe* 3)

On a également : $z_0=z_m.\cos(\varphi)\Rightarrow\cos^2(\varphi)=\left(\frac{z_0}{z_m}\right)^2\Rightarrow\sin(\varphi)=\sqrt{1-\left(\frac{z_0}{z_m}\right)^2}$ (*car* $\sin(\varphi)>0$)

Finalement on aura l'expression : $V_{0z}=-\frac{2.\pi}{T_0}z_m.\sqrt{1-\left(\frac{z_0}{z_m}\right)^2}$ ou bien $\underline{V_{0z}=-\frac{2.\pi}{T_0}.\sqrt{z_m^2-z_0^2}}$

A.N : $V_{0z}=-\frac{2.\pi}{0{,}4}\times\sqrt{(4.10^{-2})^2-(2.10^{-2})^2}\approx\underline{-0{,}54m.s^{-1}}$

1- Les frottements ne sont pas négligeables :

2-1- La correspondance :

- La courbe(1) correspond au régime pseudo-périodique ;
- La courbe(2) correspond au régime apériodique.

2-2-1- Expression de l'énergie potentielle $E_p$ :

- L'énergie potentielle totale est : $E_p=E_{pp}+E_{pe}$ (*)

- L'énergie potentielle de pesanteur est : $E_{pp} = -m.g.z + C$

Or en $z = 0$ on a $E_{pp} = 0$ donc C = 0 ; d'où $E_{pp} = -m.g.z$ (1)

- L'énergie potentielle élastique est : $E_{pe} = \frac{1}{2}.K.\Delta\ell^2 + C'$

Or lorsque $\Delta\ell = 0$ on a $E_{pe} = 0$ donc C ' = 0 ; d'où $E_{pe} = \frac{1}{2}.K.\Delta\ell^2$ (2)

- On porte (1) et (2) dans (*), on aura :

$E_p = -m.g.z + \frac{1}{2}.K.\Delta\ell^2$ , avec $\Delta\ell = \Delta\ell'_0 + z$

On écrira : $E_p = -m.g.z + \frac{1}{2}.K.(\Delta\ell'_0 + z)^2 = \underbrace{(-m.g + K.\Delta\ell'_0)}_{=0\,(\grave{a}\,l'\acute{e}quilibre)}.z + \frac{1}{2}.K.z^2 + \frac{1}{2}.K.(\Delta\ell'_0)^2$

Finalement on aboutit à l'expression : $\underline{E_p = \frac{1}{2}K.z^2 + \frac{1}{2}.K.(\Delta\ell'_0)^2}$

2-2-2- Calcul de la variation de l'énergie mécanique $\Delta E_m$ :

Dans le cas du régime pseudo-périodique :

$$\Delta E_m = \Delta E_p + \Delta E_c$$

$$\Rightarrow \Delta E_m = \frac{1}{2}K.(z_2^2 - z_1^2) + \frac{1}{2}m.(\underbrace{\dot{z}_2}_{=0}{}^2 - \underbrace{\dot{z}_1}_{=0}{}^2)$$

$$\Rightarrow \underline{\Delta E_m = \frac{1}{2}K.(z_2^2 - z_1^2)}$$

A.N : $\Delta E_m = \frac{1}{2} \times 50 \times \left((2{,}2.10^{-2})^2 - (3.10^{-2})^2\right) \approx \underline{-1{,}04.10^{-2}\,J}$