

Partie 2: Séparation isotopique.

Exercice 1: Chimie (7 points)

Les deux parties 1 et 2 sont indépendantes

Partie 1: Etude d'une solution aqueuse d'acide méthanoïque

L'acide méthanoïque ou acide formique est une substance naturelle secrétée par les fourmis et les abeilles pour se défendre contre les prédateurs, sa première isolation a été réalisée par distillation des corps de fourmis.

Le but de cette partie est de vérifier par dosage le pourcentage massique de l'acide méthanoïque dans une solution commerciale, et d'étudier sa solution aqueuse.

Dans les conditions ordinaires, l'acide méthanoïque est à l'état liquide.

L'étiquette du flacon d'une solution commerciale (S_0) de cet acide porte les informations suivantes:

- Formule chimique : HCOOH ;
- Densité : $d=1,15$;
- Le pourcentage massique : $p=80\%$;

Données :

- $p=80\%$ signifie que 100g de solution commerciale contient 80 g d'acide pur;
- La masse molaire de l'acide méthanoïque est : $M(\text{HCOOH}) = 46 \text{ g.mol}^{-1}$;
- Masse volumique de l'eau : $\rho_e = 1 \text{ kg.L}^{-1}$.

1- Vérification par dosage du pourcentage massique:

On prépare une solution aqueuse (S_A) d'acide méthanoïque de concentration molaire C_A et de volume $V_S = 1,0 \text{ L}$ en ajoutant à l'eau distillée, un volume $V_0 = 2,0 \text{ mL}$ de la solution commerciale d'acide méthanoïque (S_0) de concentration molaire C_0 .

On verse dans un bécher un volume $V_A = 50 \text{ mL}$ de la solution (S_A), et on dose l'acide méthanoïque par une solution aqueuse (S_B) d'hydroxyde de sodium $\text{Na}_{(\text{aq})}^+ + \text{HO}_{(\text{aq})}^-$ de concentration molaire $C_B = 0,10 \text{ mol.L}^{-1}$. Les résultats de mesure du pH en fonction du volume V_B d'hydroxyde de sodium versé ont permis de tracer la courbe exprimant la variation de la concentration des

ions oxonium dans le mélange réactionnel en fonction de $\frac{1}{V_B}$. (figure1)

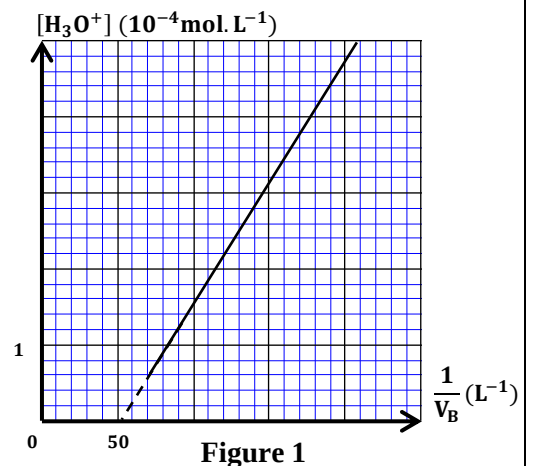


Figure 1

1-1- Ecrire l'équation chimique modélisant la réaction de ce dosage. (0,25pt)

1-2- Montrer que la concentration des ions oxonium dans le bécher après l'ajout d'un volume V_B , tel que : $0 < V_B < V_{BE}$ avec V_{BE} le volume de la solution (S_B) versé à l'équivalence, s'écrit :

$$[\text{H}_3\text{O}^+] = a \cdot \frac{1}{V_B} + b \quad \text{avec } a = K_A \cdot V_{BE} \text{ et } b = -K_A.$$

K_A représente la constante d'acidité du couple $\text{HCOOH}/\text{HCOO}^-$. (0,75pt)

1-3- En exploitant la courbe de la figure 1 déterminer V_{BE} et K_A . (0,5pt)

1-4- Calculer la concentration C_A de la solution (S_A), et déduire la concentration C_0 de la solution commerciale (0,5pt)

1-5- Vérifier si la valeur du pourcentage massique p est correcte. (0,5pt)

2- Etude de la solution (S_A) d'acide méthanoïque :

2-1- Ecrire l'équation de la réaction de l'acide méthanoïque avec l'eau. (0,25pt)

2-2- Etablir l'expression de la constante d'acidité K_A du couple $HCOOH/HCOO^-$ en fonction de C_A et τ le taux d'avancement final de la réaction. (0,5pt)

2-3- Calculer τ . Conclure. (0,75pt)

Partie 2: Synthèse d'un ester

On réalise une estérification par chauffage à reflux d'un mélange de $n_0 = 0,20$ mol d'acide méthanoïque et de $n_0 = 0,20$ mol de propan-2-ol, et quelques gouttes d'acide sulfurique concentré.

Le suivi temporel de l'évolution de la quantité de matière n_A de l'acide méthanoïque restant dans le mélange a permis de tracer la courbe de la figure 2.

1- Ecrire, en utilisant les formules semi-développées, l'équation de la réaction d'estérification, et nommer le produit organique formé. (0,5pt)

2/2-1- Montrer que la quantité de matière de l'acide

méthanoïque restant au temps de demi-réaction $t_{1/2}$ s'écrit : $n_A(t_{1/2}) = \frac{n_0 + n_{Af}}{2}$ avec n_{Af} la quantité de matière de l'acide méthanoïque restant à la fin de la réaction. Déduire $t_{1/2}$. (0,5pt)

2-2- Soit $t'_{1/2}$ le temps de demi-réaction de la réaction en l'absence de l'acide sulfurique. Comparer, en justifiant, $t_{1/2}$ à $t'_{1/2}$. (0,25pt)

3/3-1- Etablir l'expression de la constante d'équilibre K de cette réaction d'estérification en fonction de son rendement r . (0,5pt)

3-2- Calculer r et vérifier que $K = 2,25$. (0,5pt)

4- Calculer la quantité de matière n_1 de l'acide méthanoïque qu'il faut ajouter au mélange précédent à l'équilibre pour atteindre un rendement $r_1 = 80\%$. (0,75pt)

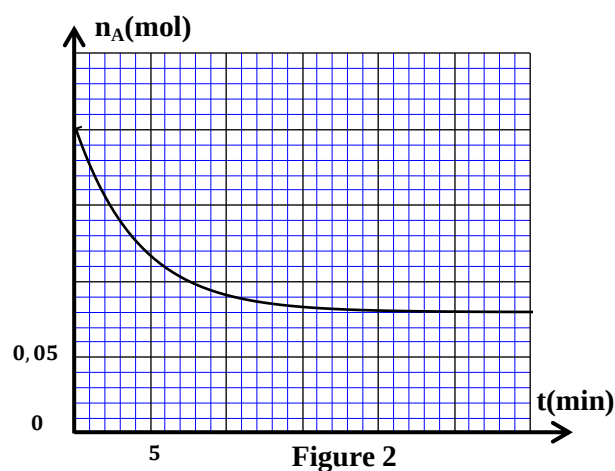


Figure 2

Exercice 2: Datation par le couple rubidium-strontium (2,5points)

La méthode de datation par le couple rubidium-strontium est une technique de datation de formation des roches, basée sur la mesure des proportions des éléments rubidium et strontium dans différents minéraux (Feldspath, Mica...) de ces roches, sans avoir besoin de connaître les quantités de matière initiales des éléments rubidium et strontium.

Le rubidium $^{87}_{37}\text{Rb}$ est un isotope radioactif, qui se désintègre en strontium $^{87}_{38}\text{Sr}$ avec émission d'une particule ^A_ZX .

Données :

- La constante radioactive du rubidium 87 est : $\lambda = 1,42 \cdot 10^{-11} \text{ an}^{-1}$.
- Les masses : $m(^{87}_{37}\text{Rb}) = 86,8888823 \text{ u}$; $m(^{87}_{38}\text{Sr}) = 86,8880307 \text{ u}$; $m(^A_Z\text{X}) = 0,0005486 \text{ u}$.
- $1 \text{ u} = 931,5 \text{ MeV}/c^2$.

1-Ecrire l'équation de désintégration de $^{87}_{37}\text{Rb}$ et déduire son type. (0,5pt)

2-Calculer, en MeV, $|\Delta E|$ l'énergie libérée par la désintégration d'un noyau de $^{87}_{37}\text{Rb}$. (0,5pt)

3- Le minéral d'une roche granitique, emprisonne lors de sa formation une quantité de rubidium radioactif $^{87}_{37}\text{Rb}$ et une quantité de strontium constituée des isotopes stables $^{87}_{38}\text{Sr}$ et $^{86}_{38}\text{Sr}$.

On désigne par :

- $t_0 = 0$: l'instant de formation de la roche et de ses minéraux ;
- $N_0(^{87}_{37}\text{Rb})$ le nombre de noyaux de rubidium 87 et $N_0(^{87}_{38}\text{Sr})$ le nombre de noyaux de strontium 87 présents dans le minéral de la roche à l'instant t_0 ;
- $N(^{87}_{37}\text{Rb})$ le nombre de noyaux de rubidium 87 et $N(^{87}_{38}\text{Sr})$ le nombre de noyaux de strontium 87 qui sont présents dans le même minéral à l'instant t ;
- $N(^{86}_{38}\text{Sr})$ le nombre de noyaux de strontium 86 présents dans ce minéral ;

On note u et v les rapports à un instant t : $u = \frac{N(^{87}_{37}\text{Rb})}{N(^{86}_{38}\text{Sr})}$ et $v = \frac{N(^{87}_{38}\text{Sr})}{N(^{86}_{38}\text{Sr})}$.

3-1- Montrer que le nombre de noyaux de strontium 87 présents dans le minéral à l'instant t s'écrit:

$$N(^{87}_{38}\text{Sr}) = N(^{87}_{37}\text{Rb}) \cdot (e^{\lambda \cdot t} - 1) + N_0(^{87}_{38}\text{Sr}) \quad (0,5\text{pt})$$

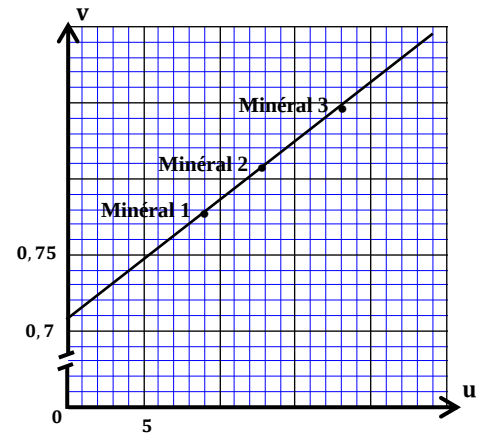
3-2-Déduire que : $v = a \cdot u + b$,

avec $a = (e^{\lambda \cdot t} - 1)$ et $b = \frac{N_0(^{87}_{38}\text{Sr})}{N(^{86}_{38}\text{Sr})}$ (0,25pt)

4-La mesure expérimentale des rapports u et v à la même date t_a pour trois minéraux différents emprisonnés dans la roche a permis d'obtenir la courbe de la figure ci-contre.

4-1- Déterminer t_a l'âge approximatif de la roche. (0,5pt)

4-2- Pourquoi n'a-t-on pas utilisé le carbone 14 de demi-vie 5730 ans pour dater cette roche ? (0,25pt)



Exercice 3: Electricité (5 points)

Les deux parties 1 et 2 sont indépendantes

Cet exercice a pour but d'étudier :

- La réponse d'un dipôle RL à un échelon de tension ;
- Les oscillations dans un circuit RLC série.

Partie 1: Réponse d'un dipôle RL à un échelon de tension

On réalise le montage du circuit électrique représenté dans la figure-1 comportant :

- Un générateur de tension de force électromotrice E_0 ;
- Un conducteur ohmique de résistance R_0 ;

- Une bobine (b) d'inductance L et de résistance r ;
- Un interrupteur K .

On ferme l'interrupteur K à un instant pris comme origine des dates ($t=0$).

Un système informatique adéquat a permis de tracer les courbes de la figure 2 représentant l'évolution temporelle de l'intensité du courant $i(t)$ circulant dans le circuit et de la tension $u(t)$ aux bornes de la bobine .

La droite (T) représente la tangente à la courbe représentant $i(t)$ à $t=0$.

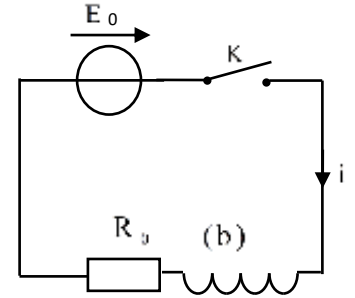


Figure1

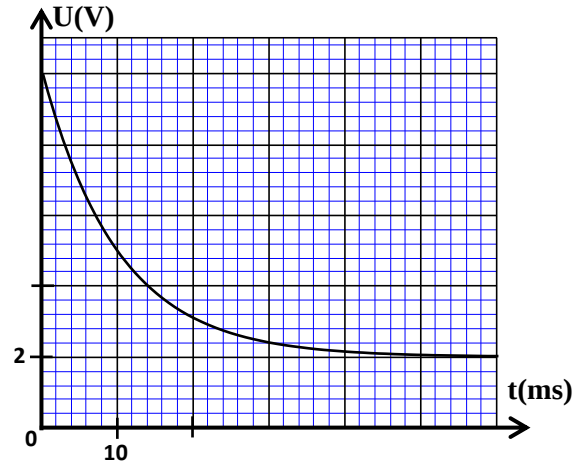
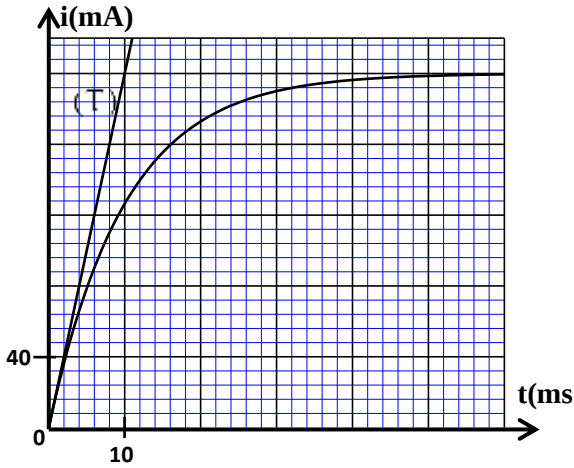


Figure2

- 1- Etablir l'équation différentielle vérifiée par $i(t)$. (0,5pt)
- 2- Déterminer graphiquement la valeur de E_0 . (0,25pt)
- 3- Montrer que $L=0,5\text{ H}$. (0,25pt)
- 4- Déterminer la valeur de r et celle de R_0 . (0,5pt)

Partie 2: Etude des oscillations dans un circuit RLC série

1-Oscillations libres dans le circuit RLC

On monte en série, à la date $t=0$ (figure 3) :

- Un condensateur de capacité C initialement chargé;
- Une bobine (b_1) d'inductance $L_1=0,5\text{ H}$ et de résistance négligeable;
- Un conducteur ohmique de résistance $R=150\ \Omega$.

Un système informatique adéquat a permis d'obtenir les courbes représentant l'évolution au cours du temps de l'intensité du courant $i(t)$ circulant dans le circuit et de $E_e(t)$ l'énergie emmagasinée dans le condensateur (figure 4).

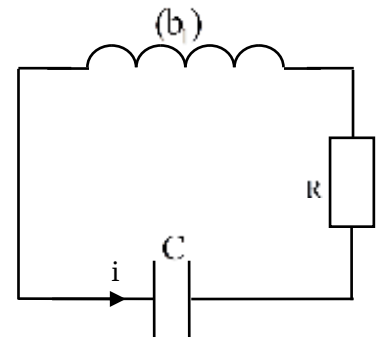


Figure 3

- 1-1- En considérant la pseudo-période égale à la période propre de l'oscillateur, trouver la valeur de la capacité C du condensateur. On prend $\pi^2=10$. (0,25pt)
- 1-2- Soit E_t l'énergie totale du circuit à un instant t . Exprimer $\frac{dE_t}{dt}$ en fonction de R et i . Conclure. (0,75pt)
- 1-3- Trouver $|\Delta E_t|$ l'énergie dissipée par effet joule dans le circuit entre les instants $t=0$ et $t=4\text{ ms}$. (1pt)

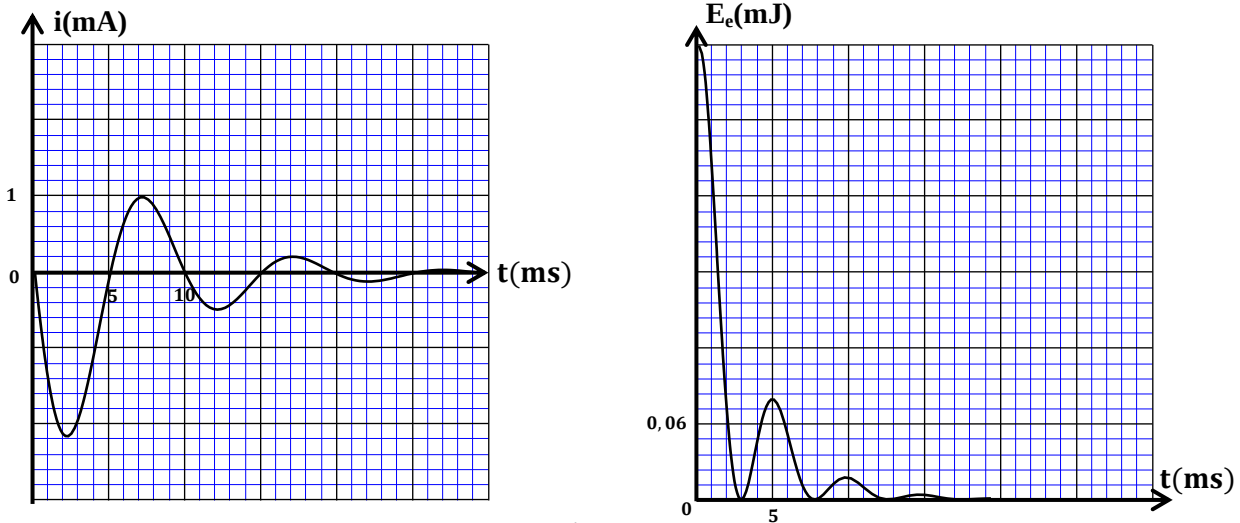


Figure 4

2-Oscillations forcées dans le circuit RLC

On réalise un circuit série comportant :

- Un générateur (GBF) délivrant une tension alternative sinusoïdale $u(t) = U_m \cos(2\pi N.t)$ de fréquence N ;
- Le conducteur ohmique de résistance $R = 150 \Omega$;
- La bobine (b_1) ;
- Un condensateur de capacité C_0 .

On visualise à l'aide d'un oscilloscope bi-courbe :

- la tension $u(t)$ sur la voie Y_A .
- la tension $u_R(t)$ aux bornes du conducteur ohmique sur la voie Y_B .

On obtient les courbes de la figure 5.

La sensibilité verticale pour les deux voies est : $1V.div^{-1}$.

2-1- Schématiser le montage expérimental permettant de visualiser les tensions $u(t)$ et $u_R(t)$ en indiquant les connexions à l'oscilloscope. (0,5pt)

2-2- Déterminer l'impédance Z du circuit. (0,5pt)

2-3- Calculer le facteur de puissance du circuit et déduire la valeur de la puissance électrique moyenne. (0,5pt)

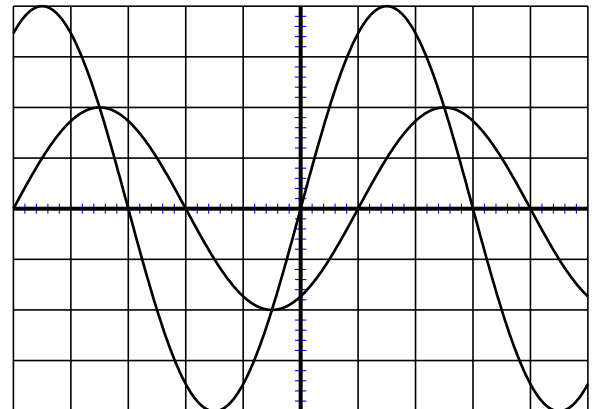


Figure 5

Exercice 4: Mécanique (5,5 points)

Les deux parties 1 et 2 sont indépendantes

Partie 1: Etude du mouvement d'un skieur

On se propose, dans cette partie, de déterminer quelques grandeurs caractéristiques du mouvement d'un skieur sur un plan incliné.

Données : - La masse du skieur et ses accessoires : $m = 60 \text{ kg}$;

- L'accélération de la pesanteur : $g = 10 \text{ m.s}^{-2}$.

Un skieur glisse sur une piste plane inclinée d'un angle $\alpha = 30^\circ$ par rapport au plan horizontal, selon la ligne de plus grande pente.

On modélise le skieur et ses accessoires par un solide indéformable de masse m et de centre d'inertie G (figure 1).

On étudie le mouvement de G dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ lié à un référentiel terrestre supposé galiléen.

A l'instant $t=0$ le centre G du skieur coïncide avec l'origine O et part sans vitesse initiale.

1- Au cours du mouvement, le skieur est soumis, en plus de son poids, à l'action du plan incliné et à une force de frottement fluide exercée par l'air : $\vec{F} = -\mu \cdot v \vec{i}$ où v est la vitesse de G à un instant t et μ une constante positive de valeur $\mu=1$ dans le système d'unités international.

On note $\vec{R}_T$ et $\vec{R}_N$ respectivement les composantes tangentielle et normale de l'action du plan incliné sur (S) avec $\|\vec{R}_T\| = \tan\varphi \cdot \|\vec{R}_N\|$.

φ étant l'angle de frottement solide: $\varphi = 26,6^\circ$.

1-1-En utilisant la deuxième loi de Newton :

1-1-1- Déterminer l'intensité de $\vec{R}_T$. (0,5 pt)

1-1-2- Montrer que l'équation différentielle du mouvement de G

s'écrit : $60 \frac{dv}{dt} + v = 39,8$. (0,5 pt)

1-2- Calculer V_ℓ la valeur de la vitesse limite et a_0 l'accélération initiale du mouvement de G. (0,5 pt)

2-Le skieur perd son équilibre et tombe à l'instant où sa vitesse est $v_b = \frac{V_\ell}{2}$, et poursuit ainsi son

mouvement selon la ligne de plus grande pente. A partir de cet instant l'action de l'air devient négligeable et l'angle de frottement solide prend la valeur $\varphi = 78,7^\circ$.

Trouver l'expression numérique de l'équation horaire de la vitesse du skieur à partir de cet instant qu'on prendra comme nouvelle origine des dates ($t = 0$) et déduire la distance qu'il a parcouru depuis sa perte d'équilibre jusqu'à son arrêt. (0,75 pt)

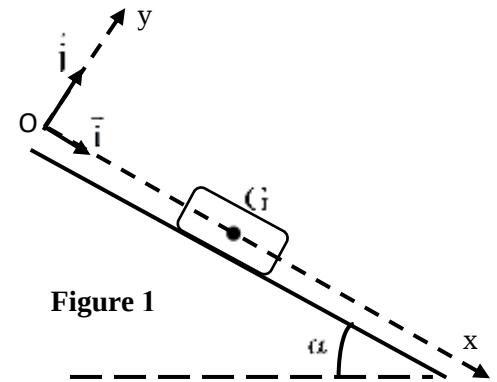


Figure 1

Partie 2: Séparation isotopique de masse

On se propose dans cet exercice de déterminer le nombre de nucléons A d'un isotope de chlore par un spectrographe de masse (figure 2) constitué de :

- Une chambre d'ionisation, dans laquelle sont

produits les ions $^{35}_{17}\text{Cl}^+$ et $^{A}_{17}\text{Cl}^+$;

- Une chambre d'accélération dans laquelle règne un champ électrique uniforme $\vec{E}$ créé par une tension U_0 appliquée entre deux plaques verticales et parallèles (P_1) et (P_2);

- Une chambre de déviation dans laquelle règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ perpendiculaire au plan de la figure.

On néglige le poids de l'ion devant les autres forces et on admet que la masse d'un ion est égale à la masse de son noyau $m(^A_Z\text{X}) = A \cdot m_n$, avec m_n la masse d'un nucléon et A le nombre de nucléons.

Données :

$e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$; $m_n = 1,67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$;

$U_0 = 10^3 \text{ V}$; $B = 0,1 \text{ T}$.

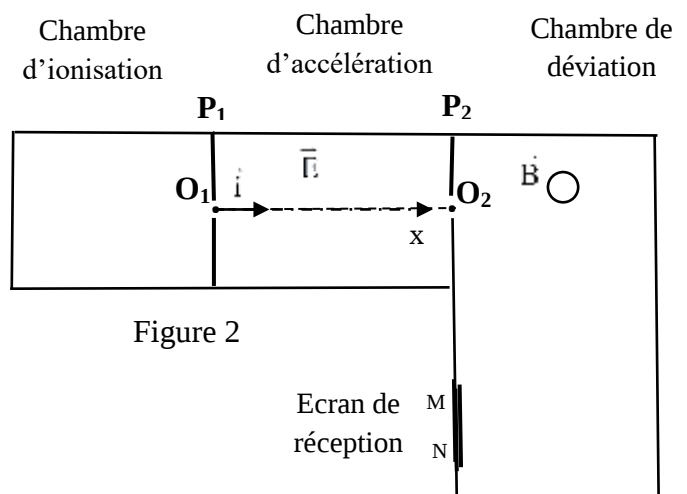


Figure 2

On étudie le mouvement des ions dans un référentiel terrestre supposé galiléen.

1-Accélération des ions

Les ions sont introduits sans vitesse initiale dans la chambre d'accélération en O_1 , puis ils sont accélérés, sous l'action du champ électrique $\vec{E}$, vers le point O_2 .

On repère la position de l'ion à un instant t par son abscisse x dans le repère $(O_1; \vec{i})$.

1-1-Trouver, en appliquant la deuxième loi de Newton, les équations horaires $v(t)$ et $x(t)$ du mouvement d'un ion de chlore de masse m en fonction de e, U_0, m et la distance $d = O_1O_2$. **(0,5pt)**

1-2- Dédire que l'énergie cinétique de l'ion au point O_2 est indépendante de la masse de l'isotope et s'écrit : $E_c = e.U_0$ **(0,5pt)**

1-3- Vérifier que la relation entre v_1 et v_2 respectivement les vitesses des ions $^{35}_{17}\text{Cl}^-$ et $^A_{17}\text{Cl}^-$ au point O_2

s'écrit : $v_2 = v_1 \sqrt{\frac{35}{A}}$. **(0,5pt)**

2- Séparation des ions

Les ions $^{35}_{17}\text{Cl}^-$ et $^A_{17}\text{Cl}^-$ pénètrent en O_2 dans la chambre de déviation avec les vitesses v_1 et v_2 .

2-1-Déterminer le sens de $\vec{B}$ dans la chambre de déviation pour que les ions atteignent l'écran de réception. (figure 2) **(0,25pt)**

2-2- Montrer, en appliquant la deuxième loi de Newton, que le mouvement des ions dans la chambre de déviation est circulaire uniforme. **(0,5pt)**

2-3- Soient R_1 et R_2 respectivement les rayons des trajectoires des ions $^{35}_{17}\text{Cl}^-$ et $^A_{17}\text{Cl}^-$.

2-3-1-Vérifier que : $R_2 = R_1 \sqrt{\frac{A}{35}}$. **(0,25pt)**

2-3-2-Les isotopes $^{35}_{17}\text{Cl}^-$ et $^A_{17}\text{Cl}^-$ décrivent des demi-cercles pour atteindre l'écran de réception, respectivement, en M et N (figure 2).

Trouver la valeur de A sachant que la distance $MN=1,53\text{cm}$. **(0,75pt)**