TD :LA DERIVATION –APPLICATIONS *Etude de fonctions*

Exercice1 : Soit $f(x)=x\sqrt{x^2-x}$

Etudier les variations de la fonction f

Exercice2 : Soit $f(x)=\frac{1}{3}x^3+\frac{1}{2}x^2-2x$

Etudier les extremums de la fonction f

Exercice3 : Soient les fonctions suivantes :

1) $f(x)=3x^2-2x+1$ 2) $g(x)=\frac{1}{3}x^3-x^2+x-1$

3) $h(x)=\frac{x^2+x+1}{(x-1)^2}$

Etudier les variations de ces fonctions et déterminer les extremums s'ils existent

Exercice4 : Soit la fonction : $f(x)=4x^3-3x^2-6x$

Montrer que f est majorée sur l'intervalle : $I_1=]-\infty;1]$ et minorée sur l'intervalle : $I_2=\left[-\frac{1}{2};+\infty\right[$ et bornée sur l'intervalle : $I_3=\left[-\frac{1}{2};1\right]$

Exercice5 : Soit la fonction f définie sur $I=[0;\pi]$ par : $f(x)=\sin^2 x$ Étudier la concavité de la courbe de f et déterminer les points d'inflexions s'ils existent sur I
de (C_f)

Exercice6 : Soit f la fonction définie par :

$f(x)=\sqrt{x-x^2}$ 1)Déterminer D_f

2) montrer que la La droite (Δ): $x=\frac{1}{2}$ est un axe de symétrie de la courbe C_f

Exercice7 : Soit f la fonction définie par :

$f(x)=\sin x-\cos x$. Montrer que le point $\Omega\left(\frac{\pi}{4};0\right)$ est un centre de symétrie de (C_f)

Exercice8 : Soit f la fonction définie par :

$f(x)=x^2\sqrt{1+x}$

1. étudier la dérivabilité de f a droite en $x_0=-1$.
2. donner une interprétation géométrique

Exercice9 : soit f une fonction définie par :

$f(x)=2+\frac{1}{x}-\frac{1}{x-1}$

1) déterminer D_f ensemble de définition de f

2) étudier les branches infinies de la courbe (C_f)

3) étudier la position de courbe (C_f) avec son asymptote horizontal

4) étudier les variations de f et dresser le tableaux de variation de f

5) déterminer les points d'intersections de (C_f) avec l'axe des abscisses f

6) montrer que la droite d'équation $x=\frac{1}{2}$ est un axe de symétrie de (C_f)

7) tracer la courbe (C_f)

Exercice10 : Soit f la fonction définie par :

$f(x)=\sqrt{x^2-x-2}$

1)Déterminer D_f

2) Déterminer les limites aux bornes de D_f

3) étudier les branches infinies de la courbe (C_f)

4) étudier la dérivabilité de f adroite de 2 et à gauche de -1

5) étudier les variations de f et dresser le tableaux de variation de f

6) tracer la courbe (C_f)

Exercice11 : soit f une fonction définie sur $\mathbb{R}$

par : $\begin{cases} f(x)=x-1+3\sqrt[3]{1-x};si...x\leq 1 \\ f(x)=(x-1)\left(1+\arctan\frac{1}{x}\right);si...1\succ x \end{cases}$

(C_f) La courbe de f dans un repére orthonormé

1)a)monter que f est continue en $x_0=1$

b) étudier la dérivabilité de f en $x_0=1$ et donner une Interprétation géométrique du résultat :

2)a) calculer les limites suivantes :

$\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

b) monter que la courbe de f admet une asymptote oblique d´équation $(\Delta): y=x$ au voisinage de $+\infty$

c)Étudier les branches infinies de (C_f) au voisinage de $-\infty$

3)a)étudier les variations de f sur $I=]-\infty;1[$

b) donner le tableau de variation de f' sur $K=[1;+\infty[$ et en déduire les variations de f sur K

4) soit g la restriction de f sur $J=]-\infty;0]$

a)Montrer que g est une bijection de J vers un intervalle L que l'on déterminera

b) résoudre dans $\mathbb{R}^+$ l'équations suivante :

$t^3-3t-2=0$ et déterminer : $g^{-1}(-2)$ et $(g^{-1})'(-2)$

c)Représenter (C_f) et $(C_{g^{-1}})$ dans le même repére orthonormé.

Exercice12 : soit f une fonction définie par :

$f(x)=2\cos\left(2x+\frac{\pi}{4}\right)$

1) déterminer D_f ensemble de définition de f

2) montrer que f est périodique de période $T=\pi$ et en déduire le domaine d'étude de f

3) déterminer $f'(x)$ et dresser le tableaux de variation de f

4) tracer la courbe (C_f) sur l'intervalle $[-\pi;\pi]$

Exercice13 : soit f une fonction définie par :

$f(x)=\frac{\sin x}{2+\cos x}$

1) déterminer D_f ensemble de définition de f

2) montrer qu'il suffit d'étudier f sur $[0;\pi]$

3) déterminer $f'(x)$ et dresser le tableaux de variation de f

4) tracer la courbe (C_f) sur l'intervalle $[-2\pi;2\pi]$

Exercice14 : soit f une fonction définie par :

$f(x) = 4\sin x + \cos 2x$

1) déterminer D_f ensemble de définition de f

2) montrer que f est périodique de période

$T = 2\pi$ et en déduire le domaine d'étude de f

3) déterminer $f'(x)$ et dresser le tableaux de

variation de f

4)donner l'équation de la tangente (T) a la courbe

de f en en $x_0 = 0$

5) calculer $f''(x)$ en fonction de $\sin x$

6)déterminer les points d'inflexions de la courbe(C_f)

7) tracer la courbe (C_f) sur l'intervalle $[-2\pi; 4\pi]$

C'est en forgeant que l'on devient forgeron » Dit un proverbe. C'est en s'entraînant régulièrement aux calculs et exercices Que l'on devient un mathématicien